

続・様相三段論法のメレオトポロジー的考察

齋藤 暢人

0. はじめに

本稿では、いわゆる様相三段論法 Modal Syllogism (以下 MS) をメレオトポロジーの立場から分析・検討する。アリストテレス的様相論理 AML がメレオトポロジーとして解釈可能であることはすでに別稿で論じたⁱ。さらに別稿で、より具体的に、AML の主要な一部をなす MS の式をメレオトポロジーの式として解釈することも試み、MS の定理を枚挙したⁱⁱ。本稿は、MS の定理を論じた先の拙稿を補完することを意図するものであり、MS の非定理について検討する。以前の結果と総合するならば、われわれは、すべての MS の整式について、それが定理であるか、あるいは非定理であるかを知ることとなる。

1. 準備

証明の方法は先の拙論のものを踏襲する。紙幅の都合上、本稿では詳細を述べないが、以下で説明する。

まず、アリストテレス的論理（以下 AL）の整式に、1 から 256 まで通し番号を付ける。 AML の整式 (2048 個) は AL の整式から派生したものとみなし、八つの式からなるグループに分類する。これを「派生群」と称する。

派生群に属する式のあいだには論理的含意関係があり、それを利用すると、当該群に含まれる八つの式の証明可能性の正否をまとめて判断できる。

以下では、派生群の最弱の式が定理であるか、CM との矛盾を帰結する（それゆえ定理ではない）か、AML の定理に矛盾する（それゆえ定理ではない）か、排除公理を含意する（それゆえ定理ではない）か、を検討してゆく。

排除公理の採用により、AML の整式はすべて、それが定理であるか非定理であるかを判定できる。

AML の定理を含む派生群の中には非定理が含まれることがあるが、これらについてはすでに考察したので、本稿では立ち入らず、結果のみを示すⁱⁱⁱ。

2. 証明

以下、派生群ごとに検討してゆく。全 256 個を四つに区分し、途中で簡略化した証明をつける。この区分は伝統的形式論理学における格式による分類に対応しており、因習的なものであって、論理的な根拠には基づかない。しかし、全体を整理し、見通しをよくするいくらかの効果はあるう。

派生群の中の論理的含意関係の一部は矢印で示す。また、◆が付された式は、派生群中、最弱の式である。

(13) $y < z \wedge x > y \rightarrow x < z$

$y < z$	$y < z$	$y < z$	$y < z$
$x > y$	$x > y$	Rxy	Rxy
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz
$Dyz \blacklozenge$	\downarrow	Dyz	\downarrow
$x > y$	\leftarrow	Rxy	\leftarrow
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(19) $y \diamond z \wedge x \leq y \rightarrow x > z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$
$x \leq y$	$x \leq y$	Dxy	Dxy
$x > z$	\uparrow	Exz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \leq y$	\leftarrow	Dxy	\leftarrow
$x > z$	Exz	$x > z$	Exz

(14) $y < z \wedge x > y \rightarrow x \diamond z$

$y < z$	$y < z$	$y < z$	$y < z$
$x > y$	$x > y$	Rxy	Rxy
$x \diamond z$	\rightarrow	Cxz	\rightarrow
Dyz	\downarrow	$Dyz \blacklozenge$	\downarrow
$x > y$	\rightarrow	Rxy	\rightarrow
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz

(20) $y \diamond z \wedge x \leq y \rightarrow x > z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$
$x \leq y$	\rightarrow	$x \leq y$	\rightarrow
$x > z$	\uparrow	Rxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \leq y$	\rightarrow	Dxy	\rightarrow
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

(15) $y < z \wedge x > y \rightarrow x > z$

$y < z$	$y < z$	$y < z$	$y < z$
$x > y$	$x > y$	Rxy	Rxy
$x \diamond z$	\leftarrow	Exz	\leftarrow
$Dyz \blacklozenge$	\downarrow	Dyz	\downarrow
$x > y$	\leftarrow	Rxy	\leftarrow
$x \diamond z$	Exz	$x \diamond z$	Exz

(21) $y \diamond z \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$

$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$x \diamond y$	$x \diamond y$	Cxy	Cxy
$x < z$	\uparrow	Dxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \diamond y$	\leftarrow	Cxy	\leftarrow
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(16) $y < z \wedge x > y \rightarrow x > z$

$y < z$	$y < z$	$y < z$	$y < z$
$x > y$	$x > y$	Rxy	Rxy
$x > z$	\rightarrow	Rxz	\rightarrow
Dyz	\downarrow	$Dyz \blacklozenge$	\downarrow
$x > y$	\rightarrow	Rxy	\rightarrow
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

(22) $y \diamond z \wedge x \diamond y \rightarrow x \diamond z$

$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$x \diamond y$	$x \diamond y$	Cxy	Cxy
$x > z$	\uparrow	Cxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \diamond y$	\rightarrow	Cxy	\rightarrow
$x > z$	Cxz	$x > z$	Cxz

(17) $y \diamond z \wedge x \leq y \rightarrow x < z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$
$x \leq y$	$x \leq y$	Dxy	Dxy
$x < z$	\uparrow	Dxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \leq y$	\leftarrow	Dxy	\leftarrow
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(23) $y \diamond z \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$

$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$x \diamond y$	$x \diamond y$	Cxy	Cxy
$x > z$	\uparrow	Exz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \diamond y$	\leftarrow	Cxy	\leftarrow
$x > z$	Exz	$x > z$	Exz

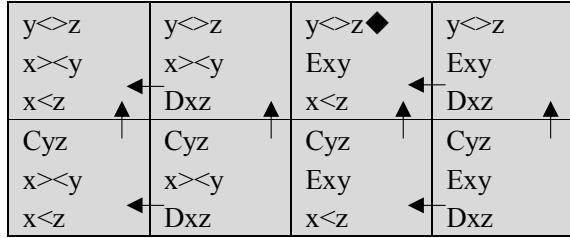
(18) $y \diamond z \wedge x \leq y \rightarrow x \diamond z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$
$x \leq y$	$x \leq y$	Dxy	Dxy
$x \diamond z$	\uparrow	Cxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \leq y$	\rightarrow	Dxy	\rightarrow
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz

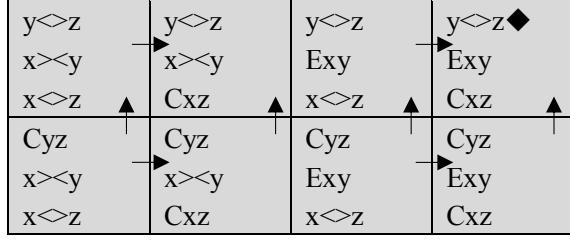
(24) $y \diamond z \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$

$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$x \diamond y$	$x \diamond y$	Cxy	Cxy
$x > z$	\uparrow	Rxz	\uparrow
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$x \diamond y$	\rightarrow	Cxy	\rightarrow
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

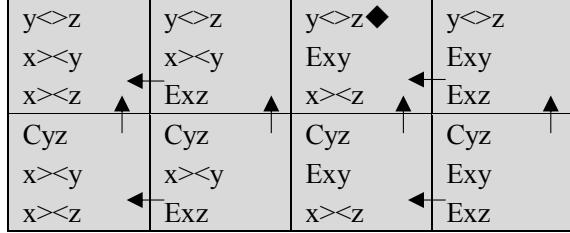
(25) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x < z$



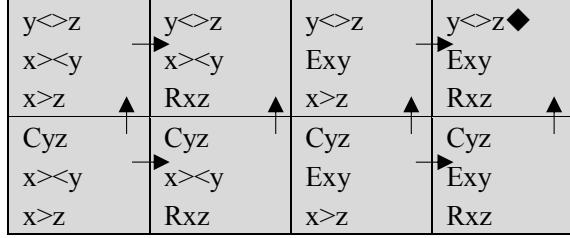
(26) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x \diamond z$



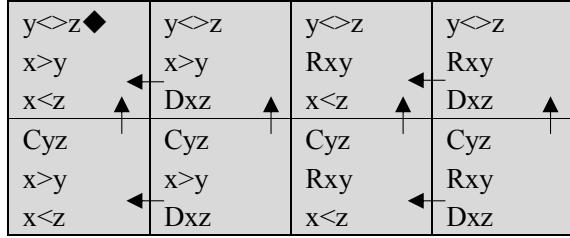
(27) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x > z$



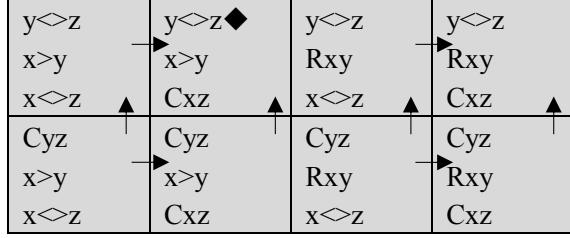
(28) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x > z$



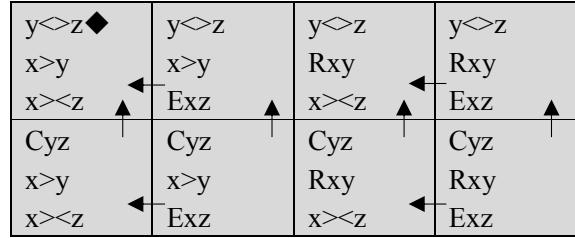
(29) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x < z$



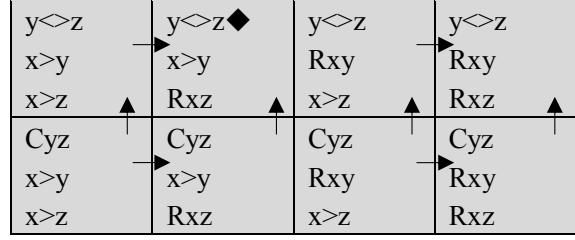
(30) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x \diamond z$



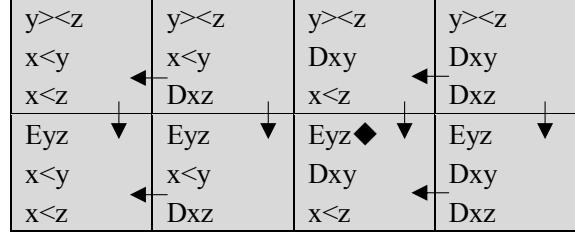
(31) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x > z$



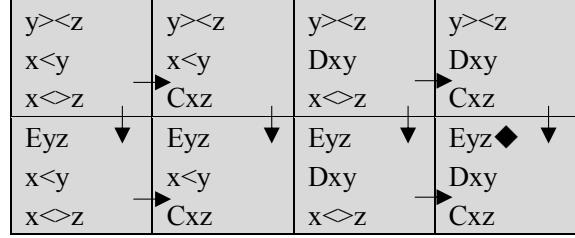
(32) $y \diamond z \wedge x > y \rightarrow x > z$



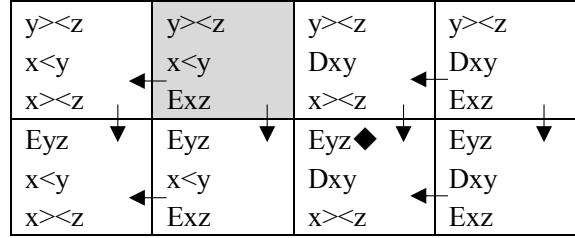
(33) $y > z \wedge x < y \rightarrow x < z$



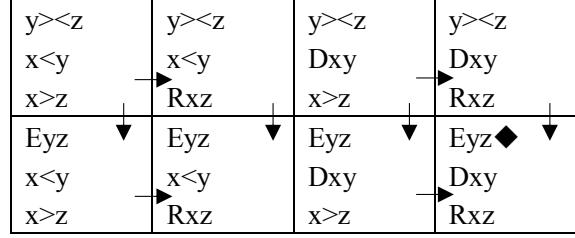
(34) $y > z \wedge x < y \rightarrow x \diamond z$



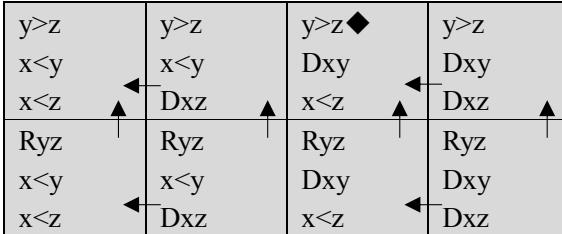
(35) $y > z \wedge x < y \rightarrow x > z$



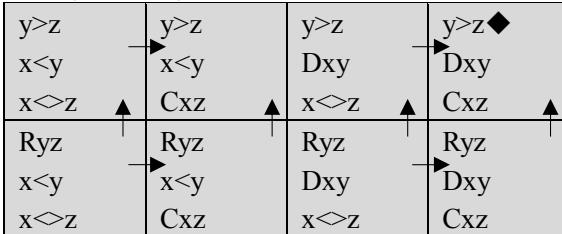
(36) $y > z \wedge x < y \rightarrow x > z$



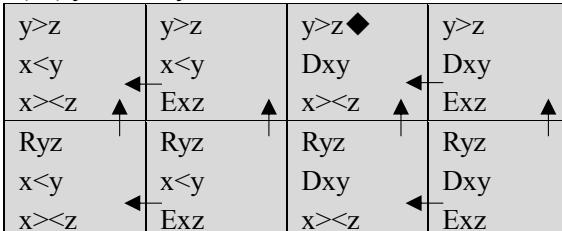
(49) $y>z \wedge x< y \rightarrow x< z$



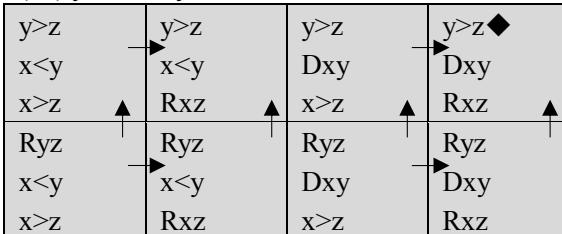
(50) $y>z \wedge x< y \rightarrow x \triangleleft z$



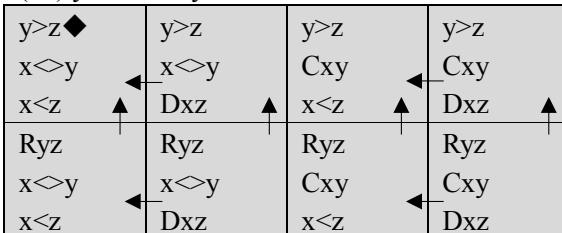
(51) $y>z \wedge x< y \rightarrow x>z$



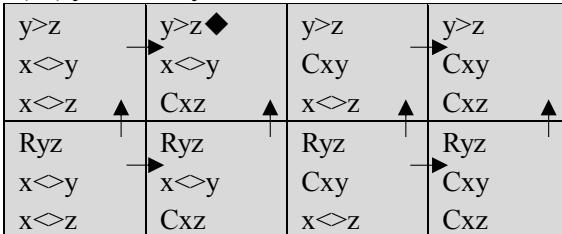
(52) $y>z \wedge x< y \rightarrow x>z$



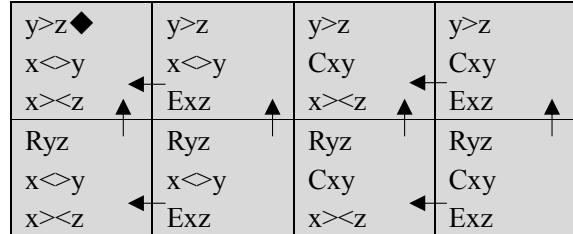
(53) $y>z \wedge x \triangleleft y \rightarrow x < z$



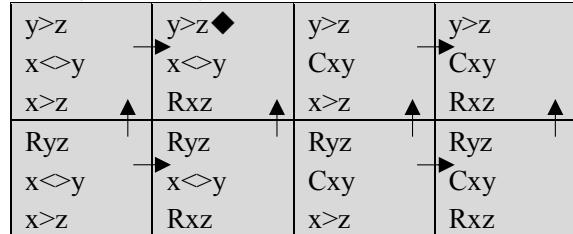
(54) $y>z \wedge x \triangleleft y \rightarrow x \triangleleft z$



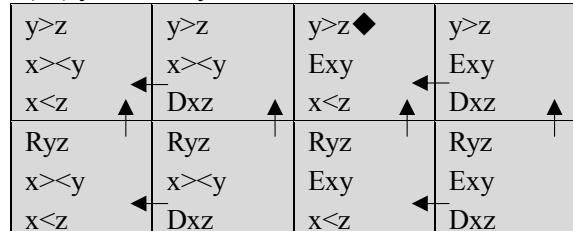
(55) $y>z \wedge x \triangleleft y \rightarrow x > z$



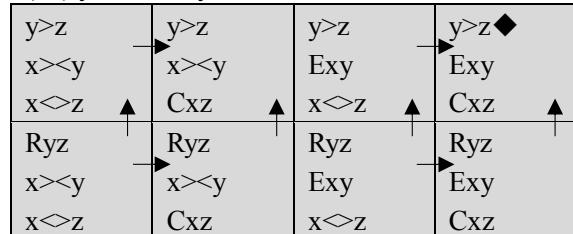
(56) $y>z \wedge x \triangleleft y \rightarrow x > z$



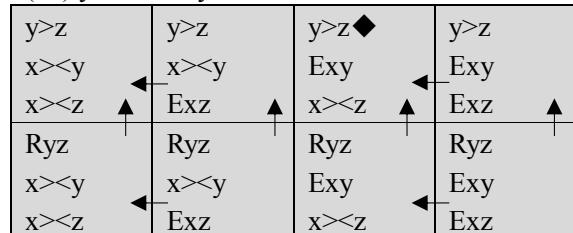
(57) $y>z \wedge x > y \rightarrow x < z$



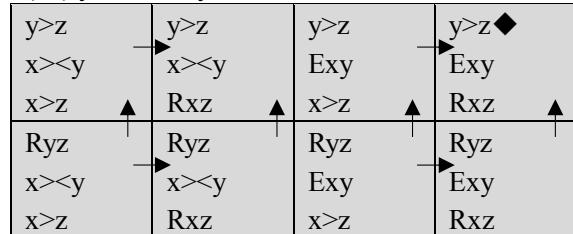
(58) $y>z \wedge x > y \rightarrow x \triangleleft z$



(59) $y>z \wedge x > y \rightarrow x > z$



(60) $y>z \wedge x > y \rightarrow x > z$



(61) $y>z \wedge x>y \rightarrow x<z$

$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$	$y>z$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

$1\circ : 2\circ : 3\times(2.7) : 4\times(1.8) :$

$5 \rightarrow 66 : 6\circ : 7\times(6.5) : 8 \rightarrow 4\times :$

$9\triangledown : 10 \rightarrow 34\times : 11\triangledown : 12 \rightarrow 66 :$

$13\triangledown : 14 \rightarrow 10 \rightarrow 34\times : 15\triangledown : 16 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

$17\triangledown : 18 \rightarrow 66 : 19\triangledown : 20 \rightarrow 4\times :$

$21\times(CM) : 22 \rightarrow 66 : 23\times(CM) :$

$24 \rightarrow 8 \rightarrow 4\times :$

$25\triangledown : 26 \rightarrow 10 \rightarrow 34\times : 27\triangledown : 28 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

(62) $y>z \wedge x>y \rightarrow x \lhd z$

$y>z$	$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Cxz	$x \lhd z$	Cxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Cxz	$x \lhd z$	Cxz

$17\triangledown : 18 \rightarrow 66 : 19\triangledown : 20 \rightarrow 4\times :$

$21\times(CM) : 22 \rightarrow 66 : 23\times(CM) :$

$24 \rightarrow 8 \rightarrow 4\times :$

$25\triangledown : 26 \rightarrow 10 \rightarrow 34\times : 27\triangledown : 28 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

(63) $y>z \wedge x>y \rightarrow x \lhd z$

$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$	$y>z$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Exz	$x \lhd z$	Exz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Exz	$x \lhd z$	Exz

$29\times(CM) : 30 \rightarrow 14 \rightarrow 10 \rightarrow 34\times : 31\times(CM) :$

$32 \rightarrow 16 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

$33\times(36.7) : 34\times(35.8) : 35\circ : 36\circ :$

$37\times(40.5) : 38 \rightarrow 34\times : 39 \rightarrow 22 \rightarrow 66 : 40\circ :$

(64) $y>z \wedge x>y \rightarrow x \lhd z$

$y>z$	$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Rxz	$x \lhd z$	Rxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \lhd z$	Rxz	$x \lhd z$	Rxz

$41\triangledown : 42 \rightarrow 66 : 43\triangledown : 44 \rightarrow 34\times :$

$45\triangledown : 46 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 47\triangledown : 48 \rightarrow 44 \rightarrow 34\times :$

$49\triangledown : 50 \rightarrow 34\times : 51\triangledown : 52 \rightarrow 129 \rightarrow 66 :$

$53\times(CM) : 54 \rightarrow 38 \rightarrow 34\times : 55\times(CM) :$

$56 \rightarrow 52 \rightarrow 129 \rightarrow 66 :$

$57\triangledown : 58 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 59\triangledown : 60 \rightarrow 44 \rightarrow 34\times :$

$61\times(CM) : 62 \rightarrow 46 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 63\times(CM) :$

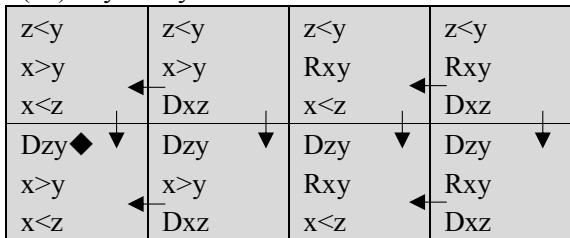
$64 \rightarrow 48 \rightarrow 44 \rightarrow 34\times :$

以上の派生群について、以下、いくらか考察する。記号について説明しておく。

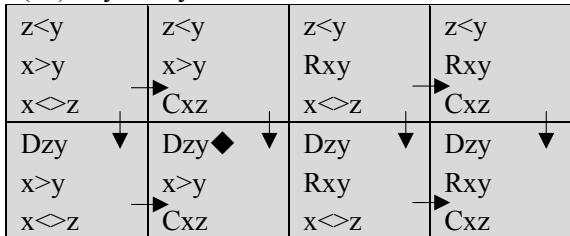
「 \circ 」は定理。「 $\times(x,y)$ 」は、定理(x,y)に矛盾することを示す（(x,y)におけるxは派生群の番号、yは表の左上から右上、左下から右下に向かってつけられた1から8の番号であり、派生群中の式を識別する）。

「 $\times(CM)$ 」は、CMの非定理を帰結することを示す。「 ∇ 」は、直後の式を帰結することを示す。例えば、「 9∇ 」は、9が10を帰結するので、10に帰着する。 $x \rightarrow y$ は、xからyが帰結することを示す。 \rightarrow は二つ以上連なることがある。こうした連鎖の終端が「 $\rightarrow x \times$ 」であるとき、連鎖は既知の矛盾ないし非定理 x に帰着したことになる。

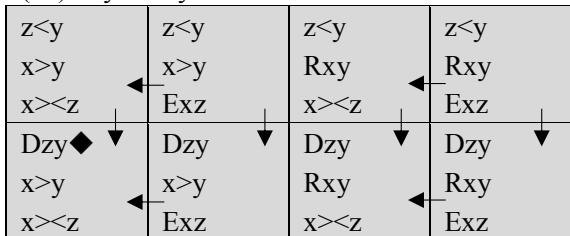
(77) $z < y \wedge x > y \rightarrow x < z$



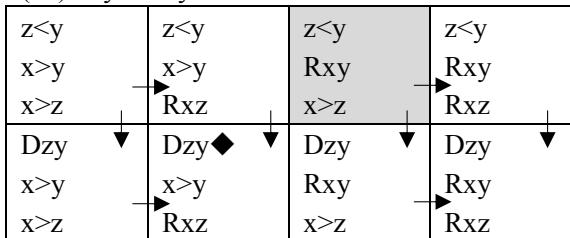
(78) $z < y \wedge x > y \rightarrow x \diamond z$



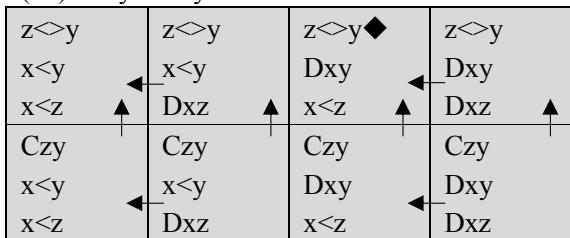
(79) $z < y \wedge x > y \rightarrow x > z$



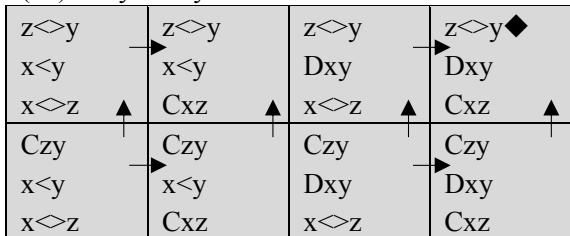
(80) $z < y \wedge x > y \rightarrow x > z$



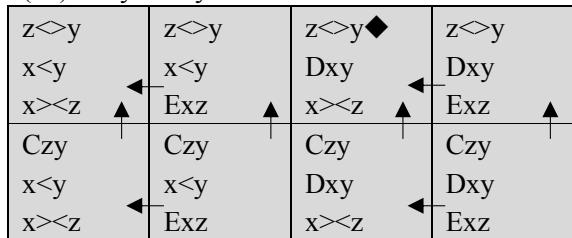
(81) $z \diamond y \wedge x < y \rightarrow x < z$



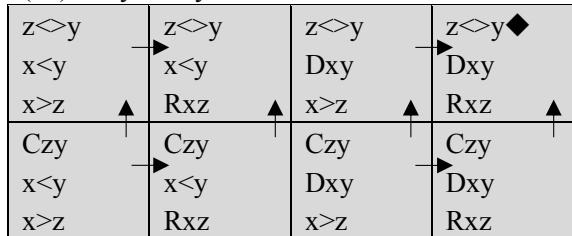
(82) $z \diamond y \wedge x < y \rightarrow x \diamond z$



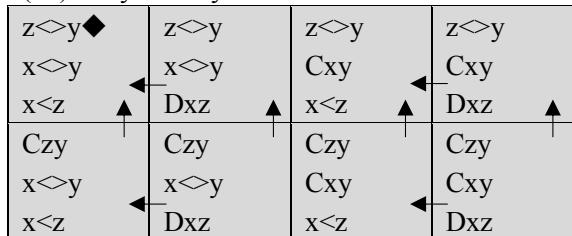
(83) $z \diamond y \wedge x < y \rightarrow x > z$



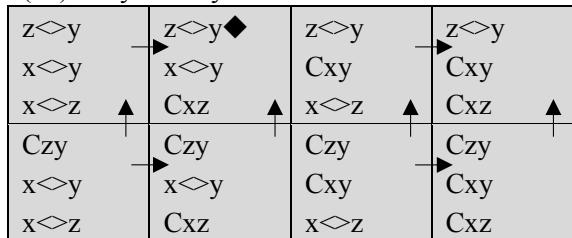
(84) $z \diamond y \wedge x < y \rightarrow x > z$



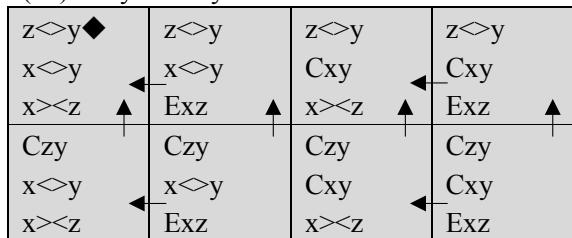
(85) $z \diamond y \wedge x \diamond y \rightarrow x < z$



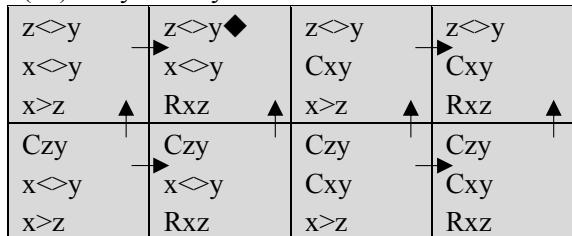
(86) $z \diamond y \wedge x \diamond y \rightarrow x \diamond z$



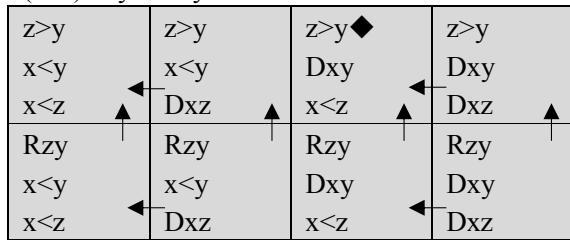
(87) $z \diamond y \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$



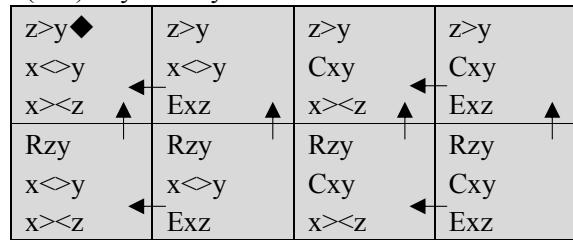
(88) $z \diamond y \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$



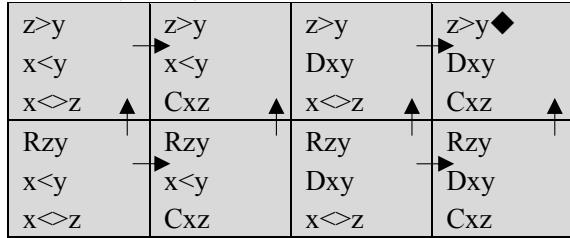
(113) $z>y \wedge x< y \rightarrow x< z$



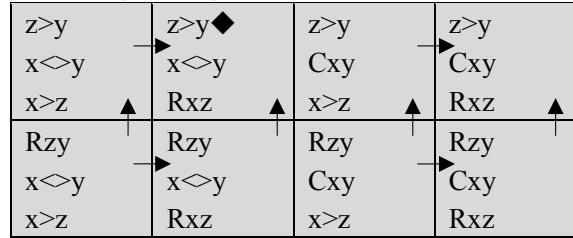
(119) $z>y \wedge x \diamond y \rightarrow x < z$



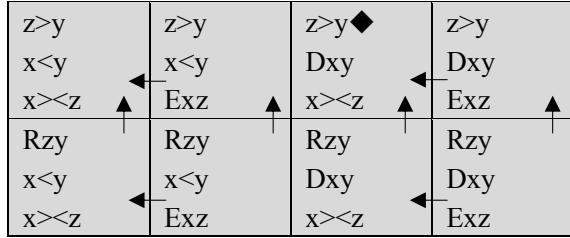
(114) $z>y \wedge x< y \rightarrow x \diamond z$



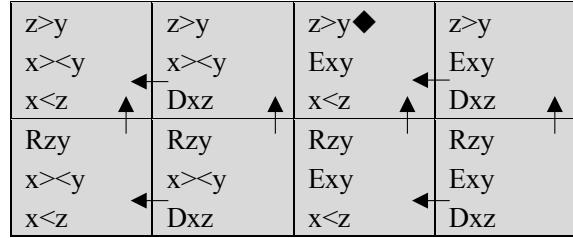
(120) $z>y \wedge x \diamond y \rightarrow x > z$



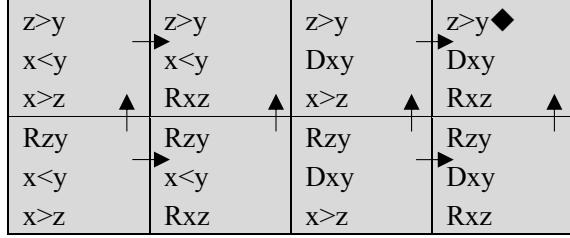
(115) $z>y \wedge x< y \rightarrow x > z$



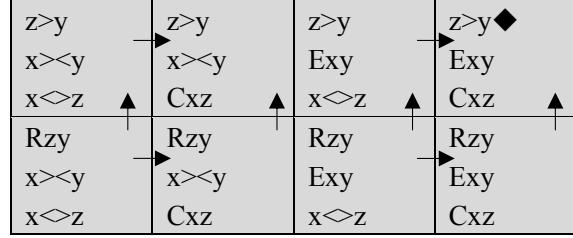
(121) $z>y \wedge x > y \rightarrow x < z$



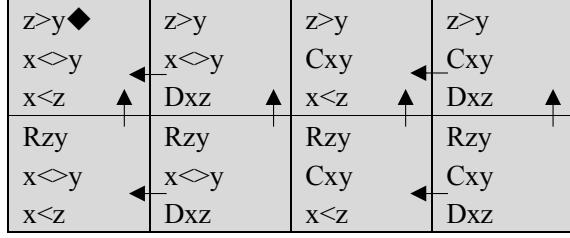
(116) $z>y \wedge x< y \rightarrow x > z$



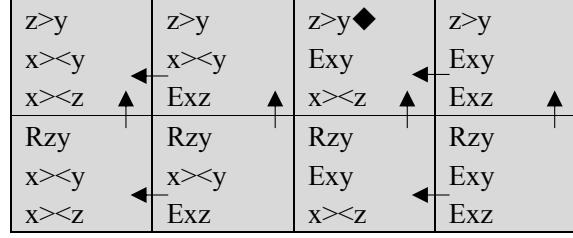
(122) $z>y \wedge x > y \rightarrow x \diamond z$



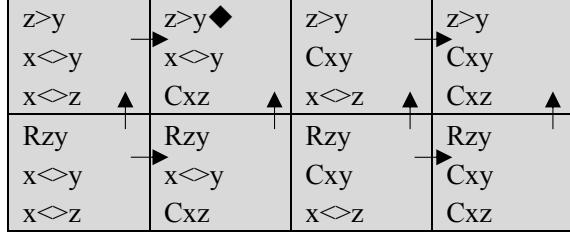
(117) $z>y \wedge x \diamond y \rightarrow x < z$



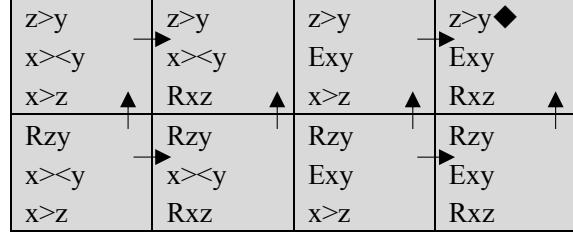
(123) $z>y \wedge x > y \rightarrow x > z$



(118) $z>y \wedge x \diamond y \rightarrow x \diamond z$



(124) $z>y \wedge x > y \rightarrow x > z$



(125) $z>y \wedge x>y \rightarrow x<z$

$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

$93 \times (\text{CM}) : 94 \rightarrow 30 \rightarrow 14 \rightarrow 10 \rightarrow 34 \times :$

$95 \times (\text{CM}) : 96 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

$97 \times (100.7) : 98 \times (99.8) : 99 \circ : 100 \circ :$

$101 \times (104.5) : 102 \rightarrow 38 \rightarrow 34 \times :$

$103 \rightarrow 39 \rightarrow 22 \rightarrow 66 : 104 \circ :$

(126) $z>y \wedge x>y \rightarrow x \triangleleft z$

$z>y$	$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \triangleleft z$	Cxz	$x \triangleleft z$	Cxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x \triangleleft z$	Cxz	$x \triangleleft z$	Cxz

$105 \nabla : 106 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 107 \nabla : 108 \rightarrow 44 \rightarrow 34 \times :$

$109 \nabla : 110 \rightarrow 46 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 111 \nabla :$

$112 \rightarrow 48 \rightarrow 44 \rightarrow 34 \times$

$113 \nabla : 114 \rightarrow 98 \times : 115 \nabla : 116 \rightarrow 129 \rightarrow 66 :$

(127) $z>y \wedge x>y \rightarrow x><z$

$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x >< z$	Exz	$x >< z$	Exz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x >< z$	Exz	$x >< z$	Exz

$117 \times (\text{CM}) : 118 \rightarrow 102 \rightarrow 38 \rightarrow 34 \times :$

$119 \times (\text{CM}) : 120 \rightarrow 116 \rightarrow 129 \rightarrow 66 :$

$121 \nabla : 122 \rightarrow 106 \rightarrow 42 \rightarrow 66 : 123 \nabla :$

$124 \rightarrow 108 \rightarrow 44 \rightarrow 34 \times$

$125 \times (\text{CM}) : 126 \rightarrow 110 \rightarrow 46 \rightarrow 42 \rightarrow 66 :$

$127 \times (\text{CM}) : 128 \rightarrow 112 \rightarrow 48 \rightarrow 44 \rightarrow 34 \times :$

(128) $z>y \wedge x>y \rightarrow x>z$

$z>y$	$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$x>y$	$x>y$	Rxy	Rxy
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

$65 \nabla : 66$ 拒否公理 : $67 \nabla : 68 \rightarrow 4 \times :$

$69 \nabla : 70 \rightarrow 66 : 71 \nabla : 72 \rightarrow 68 \rightarrow 4 \times :$

$73 \times (76.7) : 74 \times (75.8) : 75 \circ : 76 \circ :$

$77 \times (80.5) : 78 \rightarrow 74 \times : 79 \rightarrow 5 \rightarrow 66 : 80 \circ :$

$81 \nabla : 82 \rightarrow 18 \rightarrow 66 : 83 \nabla : 84 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \times :$

$85 \times (\text{CM}) : 86 \rightarrow 22 \rightarrow 66 : 87 \times (\text{CM}) :$

$88 \rightarrow 24 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \times :$

$89 \nabla : 90 \rightarrow 26 \rightarrow 10 \rightarrow 34 \times : 91 \nabla :$

$92 \rightarrow 28 \rightarrow 12 \rightarrow 66 :$

(129) $y<z \wedge y<x \rightarrow x<z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

(135) $y<z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz

(130) $y<z \wedge y<x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz

(136) $y<z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

(131) $y<z \wedge y<x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz

(137) $y<z \wedge y>x \rightarrow x<z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

(132) $y<z \wedge y<x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y<x$	$y<x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

(138) $y<z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz

(133) $y<z \wedge y>x \rightarrow x<z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
$Dyz\blacklozenge$	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

(139) $y<z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x<z$	Exz	$x<z$	Exz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x<z$	Exz	$x<z$	Exz

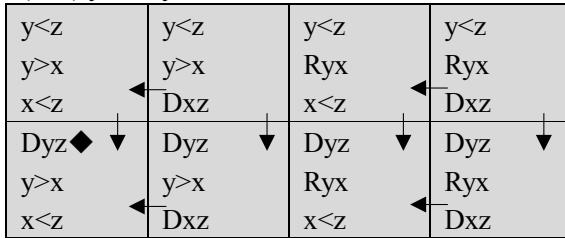
(140) $y<z \wedge y>x \rightarrow x<z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz
Dyz	\downarrow	$Dyz\blacklozenge$	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Cxz	$x>z$	Cxz

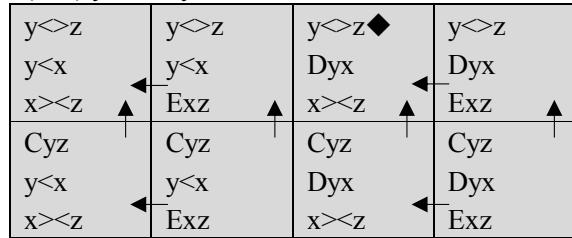
(140) $y<z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y<z$	$y<z$	$y<z$	$y<z$
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Dyz	\downarrow	Dyz	\downarrow
$y>x$	$y>x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

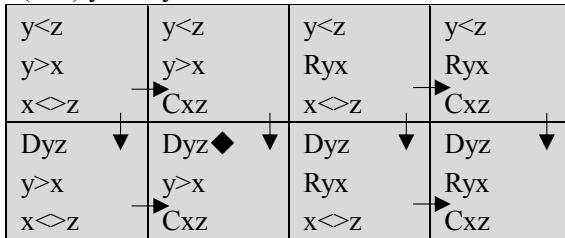
(141) $y < z \wedge y > x \rightarrow x < z$



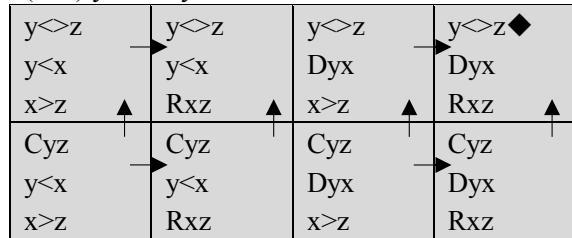
(147) $y < z \wedge y < x \rightarrow x > z$



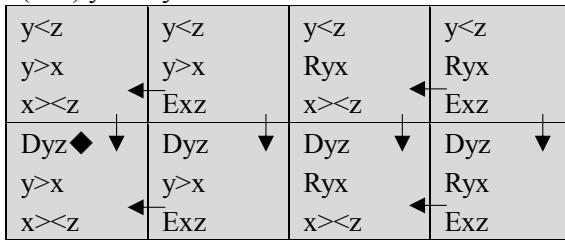
(142) $y < z \wedge y > x \rightarrow x > z$



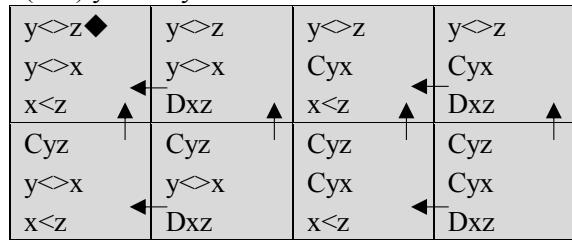
(148) $y < z \wedge y < x \rightarrow x > z$



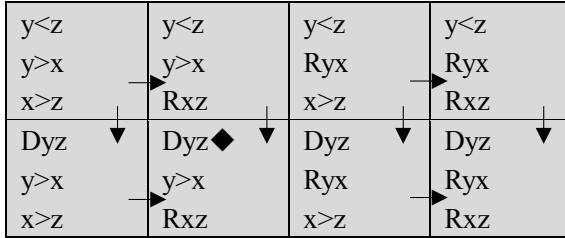
(143) $y < z \wedge y > x \rightarrow x > z$



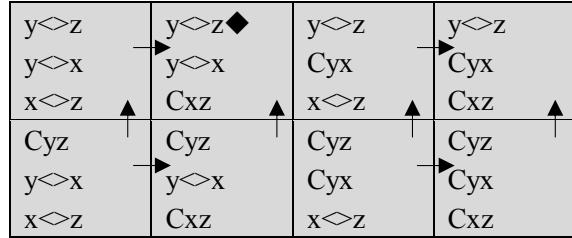
(149) $y < z \wedge y < x \rightarrow x < z$



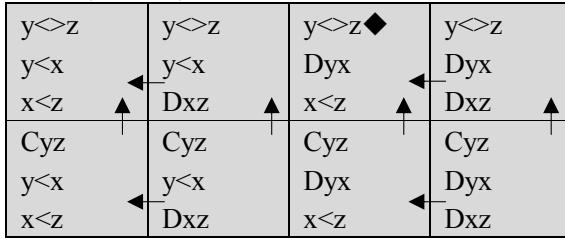
(144) $y < z \wedge y > x \rightarrow x > z$



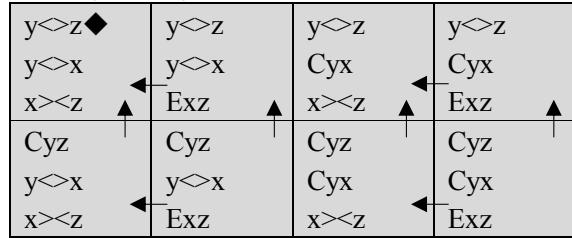
(150) $y < z \wedge y < x \rightarrow x > z$



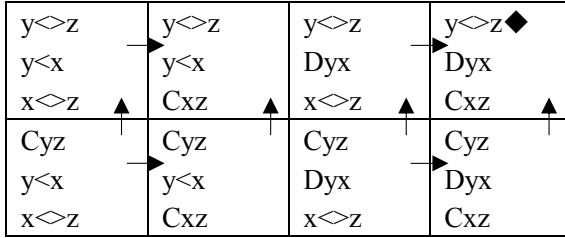
(145) $y < z \wedge y < x \rightarrow x < z$



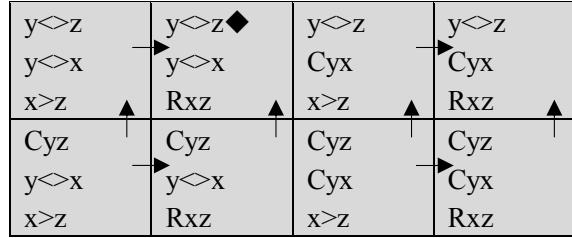
(151) $y < z \wedge y < x \rightarrow x > z$



(146) $y < z \wedge y < x \rightarrow x < z$



(152) $y < z \wedge y < x \rightarrow x > z$



(153) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x \diamond z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(154) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x \diamond z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz

(155) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x < z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x < z$	Exz	$x < z$	Exz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x < z$	Exz	$x < z$	Exz

(156) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x > z$

$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Eyx	Eyx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

(157) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x < z$

$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(158) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x < z$

$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz

(159) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x < z$

$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x > z$	Exz	$x > z$	Exz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x > z$	Exz	$x > z$	Exz

(160) $y \diamond z \wedge y > x \rightarrow x > z$

$y \diamond z$	$y \diamond z \blacklozenge$	$y \diamond z$	$y \diamond z$
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz
Cyz	Cyz	Cyz	Cyz
$y > x$	$y > x$	Ryx	Ryx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

(161) $y > z \wedge y < x \rightarrow x < z$

$y > z$	$y > z$	$y > z$	$y > z$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz
Eyz	Eyz	$Eyz \blacklozenge$	Eyz
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x < z$	Dxz	$x < z$	Dxz

(162) $y > z \wedge y < x \rightarrow x \diamond z$

$y > z$	$y > z$	$y > z$	$y > z$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz
Eyz	Eyz	$Eyz \blacklozenge$	$Eyz \blacklozenge$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x \diamond z$	Cxz	$x \diamond z$	Cxz

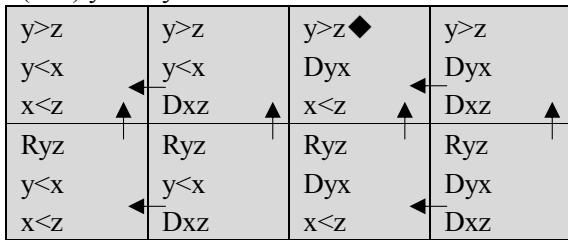
(163) $y > z \wedge y < x \rightarrow x > z$

$y > z$	$y > z$	$y > z$	$y > z$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x < z$	Exz	$x < z$	Exz
Eyz	Eyz	$Eyz \blacklozenge$	$Eyz \blacklozenge$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x < z$	Exz	$x < z$	Exz

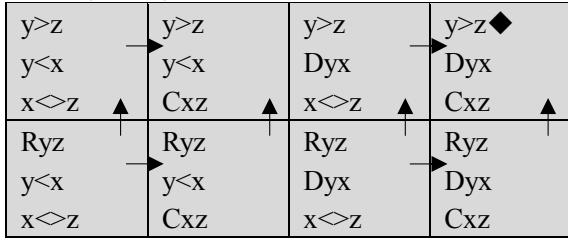
(164) $y > z \wedge y < x \rightarrow x > z$

$y > z$	$y > z$	$y > z$	$y > z$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz
Eyz	Eyz	$Eyz \blacklozenge$	$Eyz \blacklozenge$
$y < x$	$y < x$	Dyx	Dyx
$x > z$	Rxz	$x > z$	Rxz

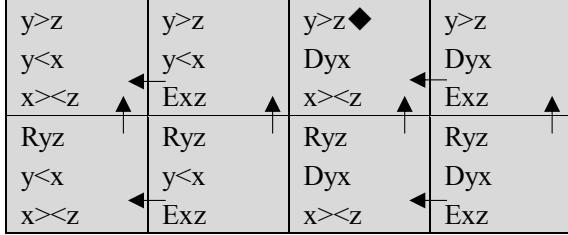
(177) $y>z \wedge y< x \rightarrow x< z$



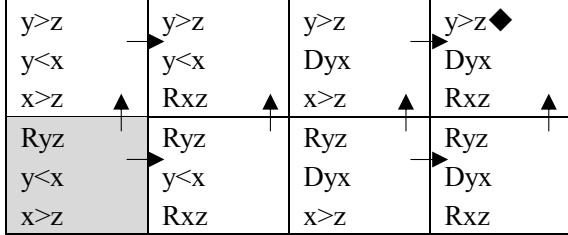
(178) $y>z \wedge y< x \rightarrow x<\diamond z$



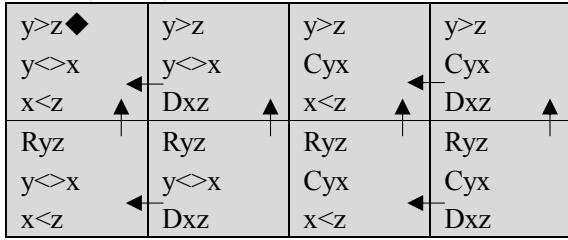
(179) $y>z \wedge y< x \rightarrow x>z$



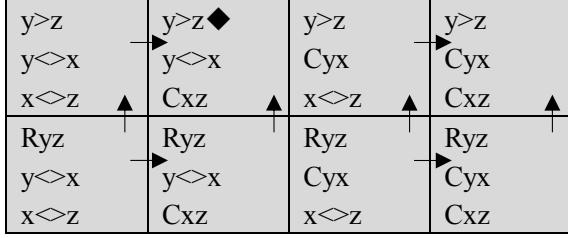
(180) $y>z \wedge y< x \rightarrow x>z$



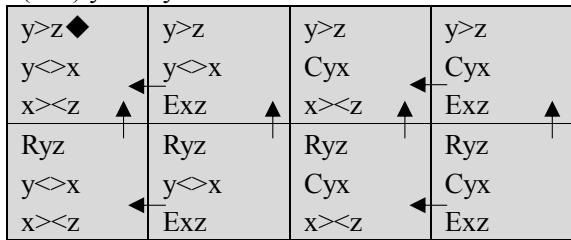
(181) $y>z \wedge y\diamond x \rightarrow x<z$



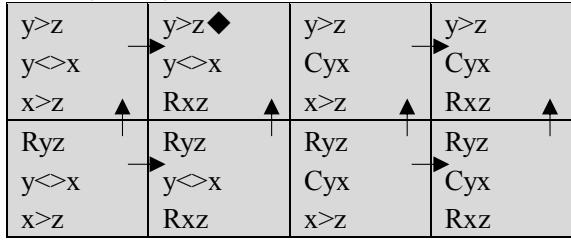
(182) $y>z \wedge y\diamond x \rightarrow x<\diamond z$



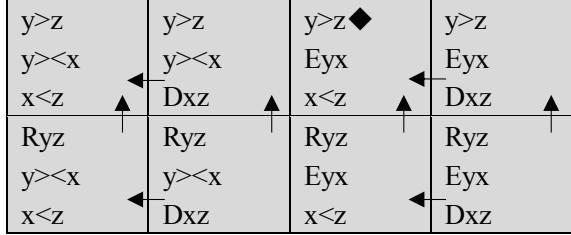
(183) $y>z \wedge y\diamond x \rightarrow x><z$



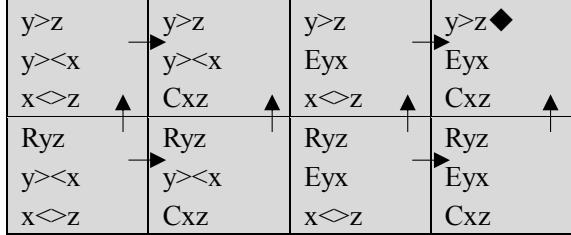
(184) $y>z \wedge y\diamond x \rightarrow x>z$



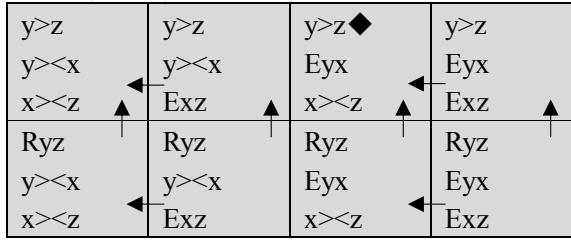
(185) $y>z \wedge y><x \rightarrow x<z$



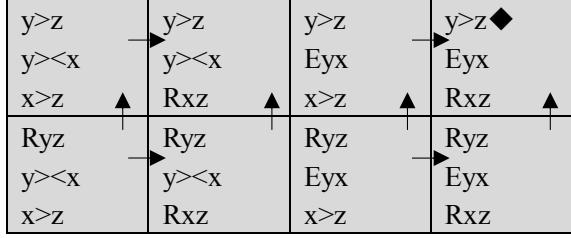
(186) $y>z \wedge y><x \rightarrow x<\diamond z$



(187) $y>z \wedge y><x \rightarrow x>z$



(188) $y>z \wedge y><x \rightarrow x>z$



(189) $y>z \wedge y>x \rightarrow x< z$

$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$	$y>z$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

(190) $y>z \wedge y>x \rightarrow x\triangleleft z$

$y>z$	$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz

(191) $y>z \wedge y>x \rightarrow x><z$

$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$	$y>z$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x><z$	Exz	$x><z$	Exz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x><z$	Exz	$x><z$	Exz

(192) $y>z \wedge y>x \rightarrow x>z$

$y>z$	$y>z \blacklozenge$	$y>z$	$y>z$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Ryz	Ryz	Ryz	Ryz
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

153▽ : 154→26→10→34× : 155▽ :

156→28→12→66 :

157×(CM) : 158→154→26→10→34× :

159×(CM) : 160→156→28→12→66 :

161×(164.7) : 162→34× : 163→66 :

164○ :

165×(168.5) : 166→38→34× :

167→39→22→66 : 168○ :

169▽ : 170→42→66 : 171▽ :

172→44→34× :

173▽ : 174→170→42→66 : 175▽ :

176→172→44→34× :

177×(180.3) : 178→162→34× :

179→163→66 : 180○ :

181×(CM) : 182→54→38→34× :

183×(CM) : 184→56→52→129→66 :

185▽ : 186→58→42→66 : 187▽ :

188→60→44→34× :

189×(CM) : 190→186→58→42→66 :

191×(CM) : 192→188→60→44→34×

129→66 : 130○ : 131×(130.7) : 132→4× :

133→5→66 : 134○ : 135×(134.5) :

136→8→4× :

137▽ : 138→10→34× : 139▽ :

140→12→66 :

141▽ : 142→10→34× : 143▽ : 144→12→66 :

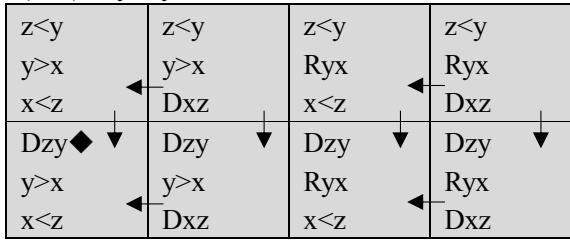
145→129→66 : 146○ : 147×(146.3) :

148→3× :

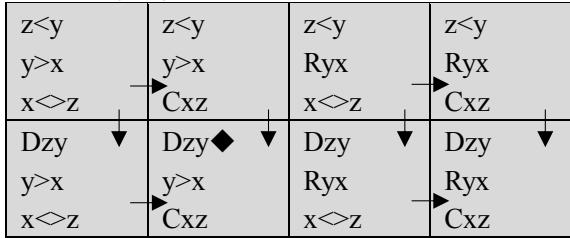
149×(CM) : 150→66 : 151×(CM) :

152→4× :

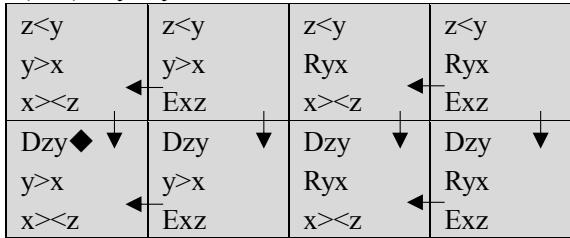
(205) $z < y \wedge y > x \rightarrow x < z$



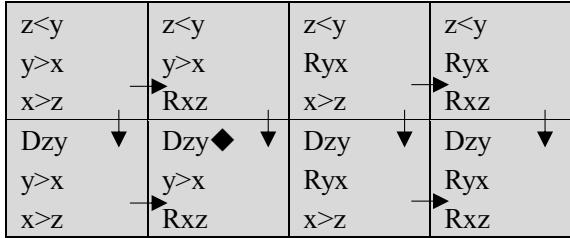
(206) $z < y \wedge y > x \rightarrow x \triangleleft z$



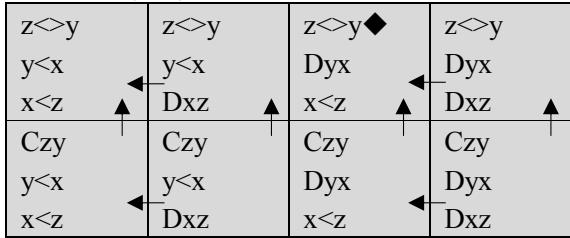
(207) $z < y \wedge y > x \rightarrow x > z$



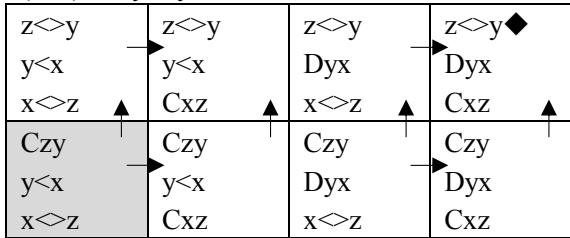
(208) $z < y \wedge y > x \rightarrow x > z$



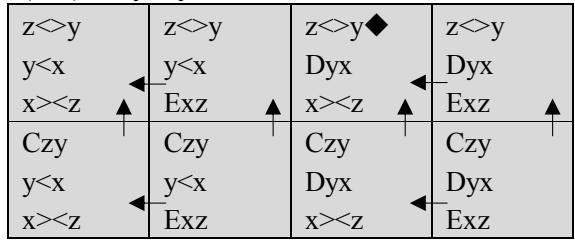
(209) $z \triangleleft y \wedge y < x \rightarrow x < z$



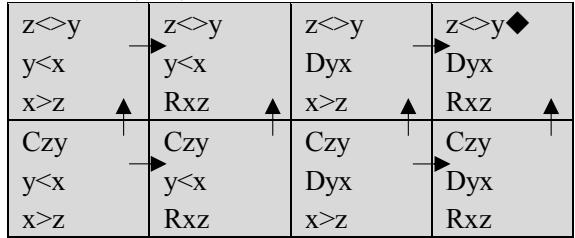
(210) $z \triangleleft y \wedge y < x \rightarrow x \triangleleft z$



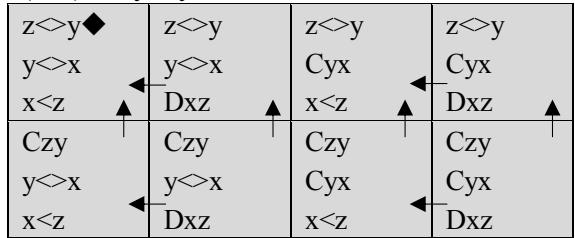
(211) $z \diamond y \wedge y < x \rightarrow x \gg z$



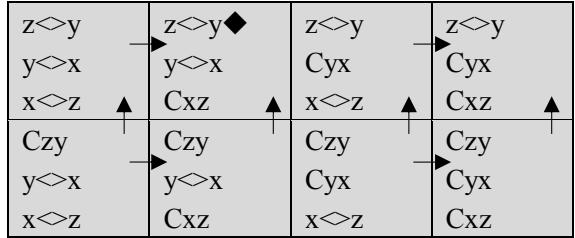
(212) $z \diamond y \wedge y < x \rightarrow x > z$



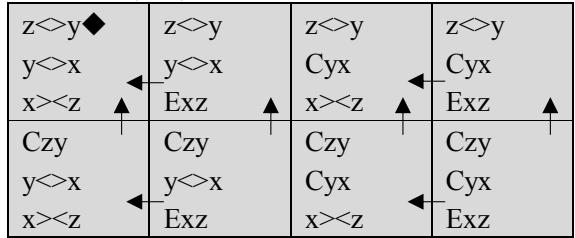
(213) $z \diamond y \wedge y \triangleleft x \rightarrow x < z$



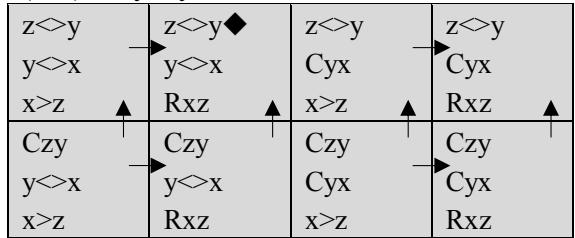
(214) $z \diamond y \wedge y \triangleleft x \rightarrow x \triangleleft z$



(215) $z \diamond y \wedge y \triangleleft x \rightarrow x \gg z$



(216) $z \diamond y \wedge y \triangleleft x \rightarrow x > z$



(241) $z>y \wedge y< x \rightarrow x< z$

$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz

(242) $z>y \wedge y< x \rightarrow x\triangleleft z$

$z>y$	$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz

(243) $z>y \wedge y< x \rightarrow x> z$

$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz

(244) $z>y \wedge y< x \rightarrow x>z$

$z>y$	$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y< x$	$y< x$	Dyx	Dyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

(245) $z>y \wedge y\triangleright x \rightarrow x< z$

$z>y\blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$y\triangleright x$	$y\triangleright x$	Cyx	Cyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y\triangleright x$	$y\triangleright x$	Cyx	Cyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz

(246) $z>y \wedge y\triangleright x \rightarrow x\triangleleft z$

$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$y\triangleright x$	$y\triangleright x$	Cyx	Cyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y\triangleright x$	$y\triangleright x$	Cyx	Cyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz

(247) $z>y \wedge y\triangleleft x \rightarrow x>< z$

$z>y\blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$y\triangleleft x$	$y\triangleleft x$	Cyx	Cyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y\triangleleft x$	$y\triangleleft x$	Cyx	Cyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz

(248) $z>y \wedge y\triangleleft x \rightarrow x>z$

$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$y\triangleleft x$	$y\triangleleft x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y\triangleleft x$	$y\triangleleft x$	Cyx	Cyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

(249) $z>y \wedge y>< x \rightarrow x< z$

$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x< z$	Dxz	$x< z$	Dxz

(250) $z>y \wedge y>< x \rightarrow x\triangleleft z$

$z>y$	$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x\triangleleft z$	Cxz	$x\triangleleft z$	Cxz

(251) $z>y \wedge y>< x \rightarrow x>< z$

$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$	$z>y$
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x>< z$	Exz	$x>< z$	Exz

(252) $z>y \wedge y>< x \rightarrow x>z$

$z>y$	$z>y$	$z>y$	$z>y\blacklozenge$
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>< x$	$y>< x$	Eyx	Eyx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

(253) $z>y \wedge y>x \rightarrow x< z$

$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x<z$	Dxz	$x<z$	Dxz

(254) $z>y \wedge y>x \rightarrow x \triangleleft z$

$z>y$	$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x \triangleleft z$	Cxz	$x \triangleleft z$	Cxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x \triangleleft z$	Cxz	$x \triangleleft z$	Cxz

(255) $z>y \wedge y>x \rightarrow x>z$

$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$	$z>y$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Exz	$x>z$	Exz

(256) $z>y \wedge y>x \rightarrow x>z$

$z>y$	$z>y \blacklozenge$	$z>y$	$z>y$
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz
Rzy	Rzy	Rzy	Rzy
$y>x$	$y>x$	Ryx	Ryx
$x>z$	Rxz	$x>z$	Rxz

193 非定理 : 194○ : 195×(194.7) : 196○ :

197▽ : 198→70→66 : 199▽ :

200→72→68→4× :

201×(204.7) : 202×(203.8) : 203○ : 204○ :

205▽ : 206→202× : 207▽ : 208→193× :

209→145→129→66 : 210○ : 211×(210.3) :

212→148→3× :

213×(CM) : 214→22→66 : 215×(CM) :
216→24→8→4× :

217▽ : 218→26→10→34× : 219▽ :

220→28→12→66 :

221×(CM) :

222→158→154→26→10→34× :

223×(CM) : 224→160→156→28→12→66 :

225×(228.7) : 226→162→34× :

227→163→66 : 228○ :

229×(232.5) : 230→38→34× :

231→39→22→66 : 232○ :

233▽ : 234→42→66 : 235▽ :

236→44→34× :

237▽ : 238→174→170→42→66 : 239▽ :

240→176→172→44→34× :

241▽ : 242→226→162→34× : 243▽ :

244→193× :

245×(CM) : 246→118→102→38→34× :

247×(CM) : 248→120→116→129→66 :

249▽ : 250→42→66 : 251▽ :

252→44→34× :

253×(CM) : 254→42→66 : 255×(CM) :

256→44→34× :

派生群 193 の式は、Dxx を排除公理とすることによって拒否できる。これは、他の個所で論じたように、定理を含む派生群中の非定理を拒否するときと同様の手続きとなる^{iv}。

3. おわりに

以上により、MS の非定理を示すことができた。これには拒否公理の採用が大きいことは明らかであろう。総体としては、Lukasiewicz の方針に忠実に従うこととなった。したがって、この結果は、AML におけるいわゆる決定問題 Entscheidungsproblem の部分的解決とみなすこともできよう。

残された問題は、拒否公理として採用した、派生群 66 の最弱の式(66.8)とはいかなるものか、である。この式に対応する AL の式が実は原子論の主張であることは、先に筆者が確かめた^v。MS の拒否公理が AML においていかなることを主張するのかについてさらに行き届いた分析が必要なのは明らかであり、本稿の考察がその点で不十分なものにとどまったのは遺憾であるが、紙幅の都合もあり、ひとまず稿を閉じたい。

中央学院大学

The Sequel to Mereotopological Considerations on Modal Syllogism
SAITO Nobuto
Chuo Gakuin University (CGU)

文献

- 齋藤暢人, 2011, 「アリストテレス的論理とメレオロジー」『論理哲学研究』 7 (日本論理哲学会), 39-55
——, 2015, 「アリストテレス的様相論理とメレオトポロジー」『論理哲学研究』 9 (日本論理哲学会), 33-56
——, 2016, 「様相三段論法のメレオトポロジー的考察」『東京電機大学総合文化研究』 14, 127-135

註

ⁱ SAITO (2015)

ⁱⁱ SAITO (2016)

ⁱⁱⁱ SAITO (2016)

^{iv} SAITO (2016:134f.)

^v SAITO (2011)