個体の概念について

和田和行

§１　公理的性質論ＭＺＦ

§１．１　ＭＺＦの公理

いわゆる個体や個体概念に関しては，論理学や哲学において多くの議論がなされてきたが，この論文ではこれらの対象を性質一元論の立場から構成する．即ち，これらの対象を性質の特殊なものと考え，それらに関する理論を構成する．また，このような理論に基づいて，ライプニッツのモナドロジー的多元論と，スピノザの汎神論的一元論，及びそれらの関係について論じる．さらに，単称文の分析性やアプリオリ性についても論じる．以下ではこのような理論を構成する論理的な枠組みとして，公理的性質論（Axiomatic Property Theory）の一つであるＭＺＦという公理体系を採る．ＭＺＦは以下に述べるように、第１階の様相述語論理Ｓ５と公理的集合論ＺＦを組み合わせた体系である．[(1)]

ＭＺＦはＺＦと同様，変項ｘ，ｙ，ｚ及びｕ，ｖ，ｗを有する．ただし，これらの変項は，集合ではなく，性質を表しているとする．後にも述べるように，ＭＺＦにおいては，集合や個体等の対象は，性質の特殊なものとして扱われる．従って，ＭＺＦはいわば性質一元論の立場をとるものである．また，ＭＺＦはｘ∈ｙ，ｘ＝ｙという式を有するが，これらはそれぞれ，性質ｘが性質ｙを有すること，性質ｘが性質ｙと同一であることを表している．さらに，ＭＺＦは次のような論理記号を有している．

結合記号：　～（否定），∧（連言），∨（選言），⊃（含意）
　　　　　　≡（等値），□（必然），◇（可能）
量化記号：　∀（全称），∃（存在）

ＭＺＦの式一般は，これらの式からＺＦと同様にして（ただし，様相記号も用いて），構成される．以下ではこれらの式をΦ，Ψで表す．また，ＭＺＦにおいては，ＺＦと同様，新しい表現が定義によって導入される．ここではこれらの定義は公理と見なすことにする．これらの定義及び以下に述べる公理，定理Φは，正確にはその必然性に関して閉じた式□Φであるとする．さらに，Φが自由変項x_0，x_1，…，x_{n-1}を含むときは，その全称に関して閉じた式$\forall x_0 \forall x_1 \cdots \forall x_{n-1} \Box \Phi$であるとする．以下では括弧の省略等も通常の規約に従う．特に，量化記号は結合記号より結合力が強く，様相記号は他の結合記号よりも結合力が強いとする．従って例えば，∀ｘΦ⊃Ψ，□Φ∨Ψ，◇Φ∧Ψはそれぞれ，（∀ｘΦ）⊃Ψ，（□Φ）∨Ψ，（◇Φ）∧Ψである．

ＭＺＦは（等号を含む）公理体系Ｓ５に，以下に述べる公理を付け加えたものである．

まず，Φ（ｘ）がｘを自由変項として含む式のとき，Φ（ｘ）となるｘが唯一つ存在するということを∃！ｘΦ（ｘ）と表す．即ち，

Ｄ１　∃！ｘΦ（ｘ）≡df∃ｘ∀ｙ｛Φ（ｙ）≡ｘ＝ｙ｝

（ｙはΦ（ｘ）において自由であるとする．以下，同様な表現に関しても同様に規約する．もちろん，ここでの「＝」は、上に述べた性質の同一を表すものである）．

また，新しい結合記号を次のように定義する．

Ｄ２　$\triangle\Phi \equiv \mathrm{df}\,\Box\Phi \vee \Box\sim\Phi$

△Φのとき，Φは論理（確定）的であると言う．

Ｄ３　$\Phi \Rightarrow \Psi \equiv \mathrm{df}\,\Box(\Phi \supset \Psi)$

Ｄ４　$\Phi \Leftrightarrow \Psi \equiv \mathrm{df}\,\Box(\Phi \equiv \Psi)$

Φ⇒Ψ，Φ⇔Ψのとき，それぞれ，ΦはΨを必然的に含意する，ΦとΨは必然的に等値であると言う．

さらに，ＺＦと同様，次のように定義する．

Ｄ５　$u \subseteq v \equiv \mathrm{df}\,\forall x\,(x \in u \supset x \in v)$

Ｄ６　$u \fallingdotseq v \equiv \mathrm{df}\,u \subseteq v \wedge v \subseteq u$

Ｄ７　$u \leqq v \equiv \mathrm{df}\,\Box(u \subseteq v)$

ＺＦでは通常ｕ⊆ｖは，集合ｕは集合ｖの部分集合である，ということを表すが，ここではｕ，ｖが性質一般の場合も考えているので，ｕ⊆ｖは「（性質）ｕは（性質）ｖを属性とする」と読むことにする．従って，例えば「すべてのｘについて，ｘが鯨であるならば，ｘはほ乳類である」と言えるときは，「鯨（であるという性質）はほ乳類（であるという性質）を属性とする」と言う．しかし，ｕ≒ｖはｕ，ｖが性質のときも，ＺＦの場合と同様，「ｕとｖは外延が等しい」と読むことにする．さらにＤ７に従って，鯨≦ほ乳類のとき，つまり，鯨⊆ほ乳類，が必然的なときは，「鯨はほ乳類を本質とする」と言う．

ここで次のような公理を置く（Ａ８の含む０やｖ∪｛ｖ｝は後に定義される）．

Ａ１　$\Box(u \fallingdotseq v) \supset u = v$

Ａ２　$\exists v \forall x\,\{x \in v \Leftrightarrow (\Diamond x \in u \wedge \Phi(x))\}$

Ａ３　$\exists w \forall x\,\{x \in w \Leftrightarrow (x \in u \wedge x \in v)\}$

Ａ４　$\exists u \forall z\,\{z \in u \Leftrightarrow (z = x \vee z = y)\}$

Ａ５　$\exists v \forall x\,\{x \in v \Leftrightarrow \exists w\,(x \in w \wedge w \in u)\}$

Ａ６　$\exists w \forall v\,(v \in w \Leftrightarrow v \leqq u)$

Ａ７　$\forall x \forall y \forall z\,\{(\Phi(x, y) \wedge \Phi(x, z)) \Rightarrow y = z\} \supset$
$\forall u \exists v \forall y\,\{y \in v \Leftrightarrow \exists x\,(\Diamond x \in u \wedge \Phi(x, y))\}$

Ａ８　$\exists u\,\{0 \in u \wedge \forall v\,(v \in u \supset v \cup \{v\} \in u)\}$

Ａ９　$u \neq 0 \supset \exists y\,\{y \in u \wedge \forall z\,(\Diamond z \in y \supset z \in u)\}$

これらの公理はＺＦのそれらに対応している．ただし，前者は基本的には後者の⊃，≡の代わりに，それぞれ⇒，⇔を含んでいる．さらに，Ａ２，Ａ７，Ａ９は新たに◇を含んでいる．もちろん，Ａ１の「＝」は性質の同一を表している．なお，Ａ２のΦ（ｘ）は自由変項ｘを含んでいなくてもよいとする．また，ＺＦの場合と同様にして，Ａ２～Ａ４は他の公理から導くことができる．従って，これらは必ずしも公理として必要ではない．ＭＺＦはこれらの公理に，後に述べるA10とA11を付け加えた体系である．

§１．２　ＭＺＦの定理

以下ではＭＺＦの定義，定理を述べる．なお，以下の証明では一般にＳ５における証明は省略する．

性質u，vは単にそれらの外延が等しいだけではなく，そのことが必然的であるとき，同一であるとする．即ち，公理Ａ１が成り立つとする．

式$\Phi(x)$に対して，$\forall x\{x\in u\Leftrightarrow\Phi(x)\}$…①となる性質$u$が存在するときは，Ａ１よりこのような$u$は唯一つ存在する．以下では①となる$u$が存在するとき，これを$[x:\Phi(x)]$と表す．

Ｄ８　$[x:\Phi(x)]=u\equiv\mathrm{df}\,\forall x\{x\in u\Leftrightarrow\Phi(x)\}$

$[x:\Phi(x)]$は，$\Phi(x)$を満足するx（全体）が有する性質を表している．これは後に述べる，$\Phi(x)$を満足するx全体の集合を表す$\{x:\Phi(x)\}$とは区別されるべきである．以下では逐一定理としては述べないけれども，$[x:\Phi(x)]$という表現が用いられるときは，①となるuが存在することが証明される．

Ａ２において$\Phi(x)$を$\Diamond x\in u$とすれば，$\exists v\forall x\{x\in v\Leftrightarrow(\Diamond x\in u\wedge\Diamond x\in u)\}$．従って，次の定理が成り立つ．

Ｔ１　$\exists v\forall x(x\in v\Leftrightarrow\Diamond x\in u)$

また，Ａ２において，$\Phi(x)$を$x\in u\wedge\Psi(x)$とすれば，$\exists v\forall x\{x\in v\Leftrightarrow(\Diamond x\in u\wedge x\in u\wedge\Psi(x))\}$．それ故，$x\in u\Leftrightarrow(\Diamond x\in u\wedge x\in u)$より，次の定理が成り立つ．

Ｔ２　$\exists v\forall x\{x\in v\Leftrightarrow(x\in u\wedge\Psi(x))\}$

なお，Ａ７における◇を除いた式もＴ２と同様にして証明される．Ｔ２より，ＺＦの証明と同様にして次の定理が証明される．

Ｔ３　$\exists u\forall x\{\Phi(x)\Rightarrow x\in u\}\supset\exists v\forall x\{x\in v\Leftrightarrow\Phi(x)\}$

公理あるいはＴ３に基づいて，ＭＺＦの項が次のように定義される．

Ｄ９　$0=\mathrm{df}\,[x:x\neq x]$

D10　$u\cap v=\mathrm{df}\,[x:x\in u\wedge x\in v]$

D11　$u-v=\mathrm{df}\,[x:x\in u\wedge\sim x\in v]$

D12　$u\cup v=\mathrm{df}\,[x:x\in u\vee x\in v]$

D13　$\{x,y\}=\mathrm{df}\,[z:z=x\vee z=y]$

D14　$\{x\}=\mathrm{df}\,\{x,x\}$

D15　$1=\mathrm{df}\,\{0\}$

D16　$<x,y>=\mathrm{df}\,\{\{x\},\{x,y\}\}$

D17　$\cup u=\mathrm{df}\,[x:\exists v(x\in v\wedge v\in u)]$

D18　$\cap u=\mathrm{df}\,[x:x\in\cup u\wedge\forall v(v\in u\supset x\in v)]$

D19　$Pw(u)=\mathrm{df}\,[v:v\leqq u]$

これらの項は，ＺＦのそれらに対応している．ただし，これらは性質を表している．また，D19においては，対応したＺＦの定義における⊆の代わりに≦が用いられている．

性質xを有する対象が存在するとき，「∃」の意味での「存在」と区別するため，xは実在すると言い，Ｅ！（x）あるいは明らかな場合，括弧を省略してＥ！xと表す．

D20　$E!(x)\equiv\mathrm{df}\,\exists y(y\in x)$

Ｄ９より，$\sim\Diamond E!0$である．実際，$\Diamond y\in 0$となるyが存在すれば，$\Diamond y\neq y$．従っ

て，ｙ≠ｙとなってしまう．逆に～◇Ｅ！ｘであれば，Ｄ６より明らかに□（ｘ≒０）．従って，Ａ１より，ｘ＝０である．それ故，

Ｔ４　ｘ＝０≡～◇Ｅ！ｘ

それ故，０は実在が不可能な唯一の性質である．

任意のｘとΦ（ｚ）に対して，Ｔ２より（ｕに｛ｘ｝を代入すれば），∀ｚ｛ｚ∈ｖ⇔（ｚ∈｛ｘ｝∧Φ（ｚ））｝となるｖが存在する．このようなｖに対しては（ｚにｘを代入して），ｘ∈ｖ⇔（ｘ∈｛ｘ｝∧Φ（ｘ））．それ故，□ｘ∈｛ｘ｝より，ｘ∈ｖ⇔Φ（ｘ）となる．従って，次の定理が成り立つ．

Ｔ５　∀ｘ∃ｖ｛ｘ∈ｖ⇔Φ（ｘ）｝

§１．３　集合

ＭＺＦにおいては，集合を性質の特殊なものとして，つまり論理（確定）的な性質として扱う．即ち，ＭＺＦにおいては，性質ｘは集合であるということを Set（ｘ）と表し，次のように定義する．

D21　Set（ｘ）≡df∀ｙ△ｙ∈ｘ

後にも述べるように，集合をこのように定義すれば，ＭＺＦにおいてＺＦの公理（に対応したＭＺＦの式）をすべて証明することができる．

D21 より明らかに，∀ｘ△Set（ｘ）となる．また，Ｔ４より∀ｙ□～ｙ∈０であるから，∀ｙ△ｙ∈０．従って，Set（０）となる．以下では変項α，β，γで集合を表す．

ＭＺＦにおいては，集合でない性質が存在するとする．即ち，

A10　∃ｕ～Set（ｕ）

また，任意の性質ｕに対して，それと外延が等しい集合αが存在するとする．

A11　∀ｕ∃α（ｕ≒α）

A10 より～Set（ｕ）となるｕが存在するが，このようなｕに対しては，A11 より ｕ≒αとなるαが存在する．このとき，ｕ＝αではない．実際，ｕ＝αであれば，ｕは集合となるが，これは仮定に反する．従って，ｕ≒ｖであるがｕ＝ｖでないｕとｖが存在することになる．このことは，次のような，性質一般に関する外延性の公理の否定と等値である．

Ｔ６　～∀ｕ∀ｖ（ｕ≒ｖ⊃ｕ＝ｖ）

任意のαに対しては，定義より当然，∀ｘ△ｘ∈αである．それ故，式Φが Set（ｘ），ｘ∈α，ｘ＝ｙという形の式から，論理記号を用いて構成されるとき，あるいは定義によってそのような式と必然的に等値となるとき，Φは論理確定的となる．通常，ＺＦで用いられる式Φは，上記のように構成される．従ってＺＦの式Φは論理確定的である．

上で述べたように，０は集合である．また，任意のｘ，ｙに対して，∀ｚ△（ｚ＝ｘ∨ｚ＝ｙ）であるから，D13 より，∀ｚ△ｚ∈｛ｘ，ｙ｝．従って，｛ｘ，ｙ｝は集合である．同様に，D14 等より，任意のｘ，ｙに対して，｛ｘ｝，１，＜ｘ，ｙ＞及び Pw（ｘ）も集合となる．

さらに，集合α，βに対しては，∀ｘ△（ｘ∈α∧ｘ∈β）となる．従って，D10 より，∀ｘ△（ｘ∈α∩β）．それ故，α∩βも集合となる．

同様に，D11等より，$\alpha-\beta$，$\alpha\cup\beta$も集合となる．以下，逐一定理としては述べないけれども，ある性質が集合と言われるときは，そのことが証明される．また，$[x:\Phi(x)]$が集合になるときは，ＺＦと同様，これを$\{x:\Phi(x)\}$と表す．

また，D17，D18より明らかに，αが集合の集合のとき，即ち，$\forall x\{x\in\alpha\supset \mathrm{Set}(x)\}$となるとき，次の定理が成り立つ．

Ｔ７　$\cup\alpha=\{x:\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)\}$

Ｔ８　$\cap\alpha=\{x:x\in\cup\alpha\wedge\forall\gamma(\gamma\in\alpha\supset x\in\gamma)\}$

任意の集合α，βに対しては，$\triangle(\beta\subseteq\alpha)$となる．従って，$(\beta\subseteq\alpha)\Leftrightarrow\Box(\beta\subseteq\alpha)$．従って，Ｄ７より，$(\beta\subseteq\alpha)\Leftrightarrow(\beta\leqq\alpha)$となる．それ故，D19より明らかに，$\forall x\{x\leqq\alpha\supset \mathrm{Set}(x)\}$となる$\alpha$に対しては，次の定理が成り立つ．

Ｔ９　$\mathrm{Pw}(\alpha)=\{\beta:\beta\subseteq\alpha\}$

それ故，集合のみが問題とされているときは，Ｄ９～D19で定義された表現は，ＺＦのそれと同じものとして扱うことができる．

§１．４　ＺＦの公理の証明

先にも述べたように，ＭＺＦにおいてはＺＦの公理をすべて証明することができる．まず，上にも述べたように，$\mathrm{Set}(0)$であるから，

T10　$\exists x\,\mathrm{Set}(x)$

また，集合α，βに対しては，$\triangle(\alpha\doteqdot\beta)$であり，従って，$(\alpha\doteqdot\beta)\Leftrightarrow\Box(\alpha\doteqdot\beta)$となる．それ故，Ａ１より，

T11　$(\alpha\doteqdot\beta)\supset\alpha=\beta$

即ち，ＺＦの外延性の公理が成り立つ．

Ｔ２より，任意のαと式$\Phi(x)$に対して，$\forall x\{x\in v\Leftrightarrow(x\in\alpha\wedge\Phi(x))\}$となる$v$が存在するが，このような$v$に対しては，A11より，$v\doteqdot\beta$となる集合$\beta$が存在する．それ故，明らかに，

T12　$\exists\beta\forall x\{x\in\beta\equiv(x\in\alpha\wedge\Phi(x))\}$

即ち，ＺＦの部分集合の公理が成り立つ．

同様に，Ａ３，Ａ４より，ＺＦの積集合の公理，及び対集合の公理が成り立つ．即ち，

T13　$\exists\gamma\forall x\{x\in\gamma\equiv(x\in\alpha\wedge x\in\beta)\}$

T14　$\exists\alpha\forall z\{z\in\alpha\equiv(z=x\vee z=y)\}$

ここで，D17より，$\forall x\{\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)\Rightarrow x\in\cup\alpha\}$．従って，$\exists u\forall x\{\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)\Rightarrow x\in u\}$．従って，Ｔ３より，$\Phi(x)$を$\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)$とすれば，$\exists v\forall x\{x\in v\Leftrightarrow\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)\}$．それ故，A11より，

T15　$\exists\beta\forall x\{x\in\beta\equiv\exists\gamma(x\in\gamma\wedge\gamma\in\alpha)\}$

即ち，ＺＦの和集合の公理が成り立つ．

D19より，任意のαに対して，$\forall\beta\{\beta\leqq\alpha\Rightarrow\beta\in\mathrm{Pw}(\alpha)\}$．それ故，$(\beta\leqq\alpha)\Leftrightarrow(\beta\subseteq\alpha)$より，$\forall\beta\{\beta\subseteq\alpha\Rightarrow\beta\in\mathrm{Pw}(\alpha)\}$．つまり，$\forall x\{(\mathrm{Set}(x)\wedge x\subseteq\alpha)\Rightarrow x\in\mathrm{Pw}(\alpha)\}$．従って，Ｔ３，A11より，

T16　$\exists\beta\forall x\{x\in\beta\equiv(\mathrm{Set}(x)\wedge x\subseteq\alpha)\}$

即ち，ＺＦのべき集合の公理が成り立つ．

任意のｘ，ｙについて，Φ（ｘ，ｙ）が論理確定的のとき，明らかにＡ７の前件も論理確定的となる．従って，Ａ７の前件は，それが含む⇒を⊃で置き換えた式と必然的に等値となる．また，集合αに対しては，ｘ∈α⇔◇ｘ∈αである．従って，Ａ７より，

Ｔ17　∀ｘ∀ｙ△Φ（ｘ，ｙ）⊃
{∀ｘ∀ｙ∀ｚ｛（Φ（ｘ，ｙ）∧Φ（ｘ，ｚ））⊃ｙ＝ｚ｝⊃
∀α∃β∀ｙ｛ｙ∈β≡∃ｘ（ｘ∈α∧Φ（ｘ，ｙ））｝}

先にも述べたように，通常ＺＦで用いられる式Φ（ｘ，ｙ）に対しては，∀ｘ∀ｙ△Φ（ｘ，ｙ）となる．それ故，Ｔ17はＺＦの置換公理と見なすことができる．

Ａ８，Ａ11より明らかに，

Ｔ18　∃α｛０∈α∧∀β（β∈α⊃β∪｛β｝∈α）｝．

先にも述べたように，０及びβ∪｛β｝はＺＦの場合と同じ集合を表す．従って，Ｔ18はＺＦの無限公理である．

さらに，ｚ∈ｙ⇒◇ｚ∈ｙであるから，Ａ９より明らかに，次の定理，即ちＺＦの正則公理が成り立つ．

Ｔ19　α≠０⊃∃ｙ｛ｙ∈α∧∀ｚ（◇ｚ∈ｙ⊃ｚ∈α）｝

以上より，実質的にＺＦの公理はすべてＭＺＦにおいて証明される．以下では，ＺＦにおける種々の定義，例えば，関係，関数のそれ等がなされていると仮定する．

通常，述語の内包は性質，外延は集合とされる．そして，内包としての性質ｕに対して，ｕに対応した外延は，ｕ≒αとなるαとされる．Ａ11と外延性の公理より，ある内包に対応した外延は唯一つ存在することになる．このこと及びＺＦの公理がＭＺＦにおいて証明されることは，上で定義した集合の定義の正当化になっている．さらに，ＺＦの公理が証明されること，及びＺＦの式が論理確定的であることは，数学の真理は論理的に確定されるという，数学に対する論理主義の立場を支持するものである．

§２　事態

通常，事態というのは，文の意味，内包とされているものである．しかし，このような事態がどのようなものであるかは，必ずしも明らかではない．そこで，ここでは集合の場合と同様，事態を性質の特殊なものと考える．つまり，事態はそれを性質として有するものが必ず０であるようなもの，言い換えれば，０以外の性質にはなりえないものであるとする．即ち，性質ｘが事態であるということをPROP（ｘ）と表し，次のように定義する．

Ｄ１　PROP（ｘ）≡df∀ｙ（ｙ∈ｘ⇒ｙ＝０）

§１のＤ15，Ｄ19より，次の定理が成り立つ．

Ｔ１　PROP（ｘ）≡ｘ≦１≡ｘ∈Pw１

従って，事態は１を本質とする性質であり，Pw１は事態全体の集合である．以下では，ｐ，ｑ，ｒでこのような事態を表す．

ここでは，ｐが真である，あるいは事実であるということは，ｐが実在するということ，即ち，§１のＤ20より，Ｅ！ｐということであるとする．定義より明らかに，

Ｔ２　Ｅ！ｐ≡０∈ｐ

以下では，明らかな場合，特に結合記号と共に用いられる場合，Ｅ！ｐの代わりに単にｐとも記す．例えば～Ｅ！ｐ，□Ｅ！ｐ，Ｅ！ｐ⇒ Ｅ！ｑの代わりにそれぞれ，～ｐ，□ｐ，ｐ⇒ｑと記す．このように規約すれば，変項ｐ，ｑ，ｒを式としても扱うことができる（以下に述べる可能世界や個体等の，ある種の事態である対象を表す表現に関しても同様に規約する）．以下では，このような事態に関する定理を述べる．

まず，ｐ⇒ｑ，即ち，０∈ｐ⇒０∈ｑとする．このときは，Ｄ１より，∀ｙ（ｙ∈ｐ⇒ｙ∈ｑ），即ち，ｐ≦ｑとなる．逆に，ｐ≦ｑであれば，明らかにｐ⇒ｑとなる．従って，

Ｔ３　（ｐ⇒ｑ）≡（ｐ≦ｑ）

ここでは詳しくは述べないが，一般にｐがｑを（部分として）含むということは，ｐ⇒ｑということとして解釈できる．[2] Ｔ３は，事態に関しては全体－部分関係と（性質とその）本質関係とは一致することを示している　　　．

ここでｐ⇔ｑとする．このときは明らかに，ｐ⇒ｑかつｑ⇒ｐ．従って，Ｔ３より，ｐ≦ｑかつｑ≦ｐ．従って，□（ｐ≒ｑ）．従って，公理Ａ１より，ｐ＝ｑ．それ故，

Ｔ４　（ｐ⇔ｑ）≡（ｐ＝ｑ）

Ｔ５　∃ｐ（ｐ⇔Φ）

証明　§１のＴ２より，任意の文Φに対して，∀ｘ｛ｘ∈ｖ⇔（ｘ∈１∧Φ）｝…①となるｖが存在する．このようなｖに対しては明らかに，ｖ≦１，即ち，PROP（ｖ）…②となる．また，①のｘに０を代入して，０∈ｖ⇔０∈１∧Φ…③．□（０∈１）であるから，（０∈１∧Φ）⇔Φ．従って，③より，０∈ｖ⇔Φ．それ故，②，Ｔ２より，∃ｖ｛PROP（ｖ）∧（Ｅ！ｖ⇔Φ）｝となるが，これを変項ｐを用いて表せば，定理が成り立つ．

Ｔ４，Ｔ５は，事態が満たすべき条件と考えられる．従って，ここでの事態の定義は，適切なものと見なしうるだろう．

Ｔ４，Ｔ５より，任意の文Φに対して，ｐ⇔Φとなるｐは唯一つ存在する．上にも述べたように，このようなｐを，Φという事態と言い，［Φ］と表す．

Ｄ２　［Φ］＝ｐ≡df ｐ⇔Φ

当然，１≦１であるから，１は事態である．また，□（０∈１）だから，□Ｅ！（１）となる．逆に□ｐとすれば，Ｅ！（１）⇔ｐだから，Ｔ４よりｐ＝１である．従って，

Ｔ６　ｐ＝１≡□ｐ

それ故，１は（事実であることが）必然的な唯一の事態である．

同様に，§１のＴ４より，

Ｔ７　ｐ＝０≡～◇ｐ

それ故，０は不可能な唯一の事態である．

さらに，定義より明らかに，次の定理が成り立つ．

Ｔ８　ｐ≡（ｐ≒１）

Ｔ９　～ｐ≡（ｐ≒０）

通常，文の内包は事態であり，外延は真理値であるとされる．そして，内包としての事態が事実であるとき，それに対応した真理値は真であり，事態が事実でないとき，真理値

は偽とされる．また，性質に関しては，内包uに対応した外延は，$u \doteqdot \alpha$となる集合αとされる．ここでは，事態も性質として扱っているから，内包pに対応する外延は，$p \doteqdot \alpha$となるαということになる．それ故，Ｔ８，Ｔ９より，真理値の真を１，偽を０と規約すれば，これは通常の文の内包，外延の考えに一致することになる．

§１のD11より，$1-p \leqq 1$であるから，$1-p$は事態である．また，Ｄ２等より，次の必然的等値関係が順次成り立つ．

$E!([\sim p]) \ \Leftrightarrow\ \sim p \ \Leftrightarrow\ \sim 0 \in p \ \Leftrightarrow\ 0 \in 1-p \ \Leftrightarrow\ E!(1-p)$．従って，$E!([\sim p]) \Leftrightarrow E!(1-p)$．それ故，次の定理が成り立つ．

T10　$[\sim p] = 1-p$

同様に，次の定理が成り立つ．

T11　$[p \wedge q] = p \cap q$

T12　$[p \vee q] = p \cup q$

さらに，事態の集合，即ち$\alpha \subseteq Pw1$となるαに関しては，次の定理が成り立つ（以下，この節の定理におけるαは，すべて事態の集合とする）．

T13　$[\exists p(p \wedge p \in \alpha)] = \cup \alpha$

証明　$y \in \cup \alpha$とする．このとき，§１のD17より，$y \in p$かつ$p \in \alpha$となるpが存在する．従って，$y \in p$より，$y=0$．以上より，$\forall y(y \in \cup \alpha \Rightarrow y=0)$．従って，$\cup \alpha$は事態である．

また，定義より，次の必然的等値関係が順次成り立つ．

$E!([\exists p(p \wedge p \in \alpha)]) \ \Leftrightarrow\ \exists p(p \wedge p \in \alpha) \ \Leftrightarrow\ \exists p(0 \in p \wedge p \in \alpha)$

$\Leftrightarrow\ 0 \in \cup \alpha \ \Leftrightarrow\ E!(\cup \alpha)$．それ故，定理が成り立つ．

同様に，§１のD18より，次の定理が成り立つ．

T14　$\alpha \neq 0 \supset [\forall p(p \in \alpha \supset p)] = \cap \alpha$

$\alpha = \{p_0, p_1, \cdots, p_n\}$である集合$\alpha$に対しては，明らかに，$\exists p(p \wedge p \in \alpha) \Leftrightarrow (p_0 \vee p_1 \vee \cdots \vee p_n)$．従ってT13より，$\cup \alpha = [p_0 \vee p_1 \vee \cdots \vee p_n]$となる．それ故，$\cup \alpha$はいわば$\alpha$に属するすべての事態の選言である．このことは，$\alpha$が無限集合の場合にも言える．同様に，上のような集合αに対しては，明らかに，$\forall p(p \in \alpha \supset p) \Leftrightarrow (p_0 \wedge p_1 \wedge \cdots \wedge p_n)$．従って，T14より，$\cap \alpha = [p_0 \wedge p_1 \wedge \cdots \wedge p_n]$．それ故，$\cap \alpha$はいわば$\alpha$に属するすべての事態の連言である．

$\forall q\{q \equiv (p \Rightarrow q)\}$が事実となるような$p$，つまり，すべての事実を，そして事実のみを必然的に含意するようなpを原子的事実(atomic fact) と言う．pが原子的事実のときは，（変項qにpを代入して）$p \equiv (p \Rightarrow p)$となる，従って，$p \Rightarrow p$より，$p$自身も事実である．原子的事実は，現実の世界全体に対応していると考えられる．それ故，ここではこのような原子的事実を現実の世界自身であるとする．以下では，pが原子的事実であるということを ATOMF（p）と表す．

Ｄ３　$\mathrm{ATOMF}(p) \equiv_{df} \forall q\{q \equiv (p \Rightarrow q)\}$

任意のp，qに対して，$\mathrm{ATOMF}(p) \wedge \mathrm{ATOMF}(q)$とする．このとき，$p$，$q$は事実

だから，互いを必然的に含意する．即ち，$p \Rightarrow q$ 及び $q \Rightarrow p$ となる．従って，$p \Leftrightarrow q$ であり，$p = q$ となる．それ故，原子的事実は高々一つであるが，後に述べるように，原子的事実は少なくとも一つ存在することが証明される．それ故，原子的事実は唯一つ存在することになる．

一般に，$\Diamond$ATOMF（p）となる p，即ち，ある（可能）世界において ATOMF（p）となる p を原子的事態と言う．現実の世界と同様，このような p をその世界自身であると考える．以下ではこのような原子的事態としての可能世界を i，j，k で表す．可能世界 i と事態 q に対して，$i \Rightarrow q$（即ち，$E!i \Rightarrow E!q$）となるとき，q は i において真である（あるいは事実である）と言う．このように可能世界における真という概念を定義すれば，通常の可能世界意味論における定義や定理がすべて証明される．また，すべての性質は，いわゆる付値関数に相当するものと一対一に対応することが証明される．つまり，すべての性質 u は，任意の可能世界 i に対して，i において $x \in u$ が真となる x 全体の集合，即ち $\{x : i \Rightarrow x \in u\}$ を対応させる関数と一対一に対応する．また，$p = \cup\{i : i \Rightarrow p\}$ となる関係に基づいて，事態 p と，p が真となる可能世界全体の集合 $\{i : i \Rightarrow p\}$ は，一対一に対応していることが証明される．

§３　個体

先にも述べたように，いわゆる個体に関しては様々な考えが提出されてきたが，ここでは個体というものを以下のように考える．まず，ここで個体というのは，一応日常言語でそう言われているものを念頭におく．ただし，以下の個体の理論は，いわゆるカルナップの意味での解明である．従って「個体」という表現の日常的用法に完全に従うわけではない．また，素粒子等のいわゆる科学的な対象も，このような理論で扱うことが可能と思われる．

通常，我々が個体として思い浮かべるのは，それがある状態にあるとか，あるいはそれが運動を行っている等の＜こと＞である．例えば，ある人がある顔つきをしているとか，あるいはある人が歩いている等の＜こと＞である．そこで，ここでは個体はこのような＜こと＞であると考える．そして，＜こと＞というのは，結局上にも述べたように事態である．つまり，個体は事態であり，従って性質の特殊なものであると考える．

以下では，このように考えることによって，個体に関する論理的，哲学的問題が，どのように解決されるかを考察する．

個体に関しては，それが現実的な対象か否かということが問題とされる．個体は現実的な対象のみであると考えることは，ここで採用している論理主義の立場からは支持しえないものである．個体は現実的なものだけではなく，可能的な対象をも含まなければならない．即ち，個体は現実の世界に存在するものだけではなく，他の可能世界に存在する対象も含まなければならない．個体を事態として考えるならば，このような可能的な対象も個体として扱うことができる．実際，個体としての事態が存在するということは，それが真である，あるいは実在するということであると考えられる．そして，事態には当然，現実の世界で真であるもののみでなく，可能なもの，即ち，他の可能世界において真であるよ

うなものも含まれる．それ故，個体を事態として考えるならば，現実的な対象のみではなく，可能的なそれも個体としうる．

しかし，上のように考えた場合，いわゆる個体の貫世界的同定の問題が生ずる．もし，当然のごとく反事実条件文を認めるならば，個体は個々の世界において異なった事態として現れる．つまり，ある個体は，ある世界 i ではある事態 p_i であり，他の世界 j では事態 p_j であり，さらに他の世界 k では事態 p_k であるということになる．このとき，それらが同じ個体 x であるということは，どのようにして決定できるのかという問題が生じる．

ここではこのような問題に対して次のように考える．即ち，個体 x は，

(1)　$x = p_i \vee p_j \vee p_k \vee . . . ,$

となる事態であるとする．もちろん，ある世界 i においては，x は現れない，つまり，p_i は存在しないということは可能である（この場合，$p_i = 0$ と考えることもできる）．また，無限個の可能世界を考えるならば，(1)の選言項は無限となる．しかし，§２のT14の下で述べたように，実質的に無限個の選言を扱うことは可能である．つまり，$\alpha = \{p_i, p_j, p_k, . . . \}$ のとき，x は $\cup \alpha$ として表すことができる．

(1)のように考えるならば，個体 x は p_i，p_j，p_k，．．．の共通部分の中で最も論理的に強いものということになる．従って，x はこれらの事態をいわば抽象化したものとなる．

上の説明においては，p_i，p_j，p_k，．．．は x の現れとして導入された．従って，上の説明は循環を含んでいる．しかし，最初から p_i，p_j，p_k，．．．が与えられているとすれば，(1)に従って個体が構成されることになる．これらの事態は，x を個体と呼びうる範囲において，かなり自由に選択できると思われる．例えば，p_i は人間として現れるが，p_j はロボットとして現れてもよいだろう．

また，最初から(1)における p_i，p_j，p_k，．．．は，世界 i，j，k．．．自体であると考えることもできる．実際，他のものとの関係等も考慮するならば，x の最も具体的な現れは，結局世界全体であるということになろう．このことはまた，個体が世界に現れるという概念だけで，個体を説明できるということでもある．つまり，個体 x はそれが現れる世界全体の集合を α とすれば，$x = \cup \alpha$ となる．

もちろん，すべての事態を個体と呼ぶことはできないだろう．ある事態が個体と言われるためには，当然他の条件が必要とされる．例えば，個体は時空的に連続したものと考えられる（ただし，いわゆる飛び地国家のようにそうでないものもある）．ここではこれらの条件について考察は行わず，個体とされる事態が存在するということだけを仮定する．ただし，個体は0でないとする．また，可能世界は，最も具体的なそれとして，個体であるとする．以下では特に，変項 x，y，z は個体を表すものとする．これらの変項は事態を表すものでもあるから，先にも述べたように，例えば，$E!x \Rightarrow \Phi$，$E!x \Leftrightarrow E!y$，の代わりにそれぞれ，$x \Rightarrow \Phi$，$x \Leftrightarrow y$ とも記す．なお，変項 u，v，w は，従来通り性質一般を表すとものする．

§４　個体概念

通常，個体名の内包は，個体概念（individual concept）とされる．個体概念に関しても種々の説があるが，ここではこれを以下のように考えることにする．

まず，性質ｕが個体ｘの個体概念であるということは，ｘが◇ｘ∈ｕとなる唯一の個体であるということであるとし，IC（ｕ，ｘ）と表す．即ち，

Ｄ１　IC（ｕ，ｘ）≡df∀ｖ（◇ｖ∈ｕ≡ｖ＝ｘ）

IC（ｕ，ｘ）のとき，ｘをｕの個体と言う．このとき，個体概念ｕの（ある世界における）外延は，ｕ≒α（がその世界において真）となる集合αであると考えることができる．このとき明らかに，αは｛ｘ｝あるいは０である．それ故，｛ｘ｝をｘと同一視すれば，ｕの外延は，０でなければ，個体ｘであるということになる．従って，上のような個体概念は，いわゆる固定指示子が意味するとされているものである．つまり，同一の個体をすべての世界で，もし選び出すとしたら，そうするようなものである．

以下ではIC（ｕ，ｘ）となるｘが存在するとき，単にｕを個体概念と言い，IC（ｕ）と表す．さらに以下で定義される，ICN（ｕ，ｘ），ICS（ｕ，ｘ），ICNS（ｕ，ｘ）に関しても同様に規約する．

定義より明らかに，ｕがｘの個体概念のとき，ｘ∈ｕであるならば，ｘがある性質ｖを有するということと，ｕがｖを属性とするということは等値となる．即ち，

Ｔ１　IC（ｕ，ｘ）⊃｛ｘ∈ｕ⇒（ｘ∈ｖ≡ｕ⊆ｖ）｝

さらに，定義より明らかに，次の定理が成り立つ．

Ｔ２　IC（ｕ，ｘ）⊃｛（ｘ∈ｕ⇒ｘ∈ｖ）≡ｕ≦ｖ｝

個体概念ｕが，その個体ｘが真となるすべての世界でｘを選び出す，即ち，ｘ⇒ｘ∈ｕとする．このとき，ｘが真であるためには，ｘ∈ｕが真であることが必要であるという意味で，ｕは必要（necessary）であると言い，ICN（ｕ，ｘ）と表す．即ち，

Ｄ２　ICN（ｕ，ｘ）≡df IC（ｕ，ｘ）∧（ｘ⇒ｘ∈ｕ）

同様に，ｕがｘを選び出すすべての世界でｘが真であるとき，即ち，ｘ∈ｕ⇒ｘとなるとする．このときも，ｘが真であるためには，ｘ∈ｕが真であることが十分であるという意味で，ｕは十分（sufficient）であると言い，ICS（ｕ，ｘ）と表す．

Ｄ３　ICS（ｕ，ｘ）≡df IC（ｕ，ｘ）∧（ｘ∈ｕ⇒ｘ）

ｘの個体概念ｕが必要かつ十分であるということは，ｘ⇔ｘ∈ｕということ，つまり，ｘが真となるすべての世界で，そしてそのような世界でのみ，ｕはｘを選び出すということである．個体ｘに対してｕ＝［ｙ：（ｙ＝ｘ）∧Ｅ！ｘ］とすれば，明らかにｕはｘの必要十分な個体概念である．それ故，任意の個体に対して，その必要十分な個体概念が存在する．以下では，ｕはｘの必要十分な個体概念であるということをICNS（ｕ，ｘ）と表す．

Ｄ４　ICNS（ｕ，ｘ）≡df　IC（ｕ，ｘ）∧（ｘ⇔ｘ∈ｕ）

ｕがｘの個体概念のとき，ｕが必要であるということは，ｕのすべての本質ｖに対して，ｘがｘ∈ｖを部分とする，ということと等値である．即ち，

Ｔ３　IC（ｕ，ｘ）⊃｛ICN（ｕ，ｘ）≡∀ｖ｛ｕ≦ｖ⊃（ｘ⇒ｘ∈ｖ）｝｝

証明　IC（ｕ，ｘ）…①とする．また，ICN（ｕ，ｘ）…②とする．さらに，任意のｖに

対して，ｕ≦ｖとする．このとき，Ｔ２，①より，ｘ∈ｕ⇒ｘ∈ｖ．従って，②，Ｄ２より，ｘ⇒ｘ∈ｖとなる．以上より，（①，②の仮定の下に）∀ｖ｛ｕ≦ｖ⊃（ｘ⇒ｘ∈ｖ）｝…③が成り立つ．

逆に，（①の仮定の下に）③を仮定する．③より，（ｖにｕを代入して）ｕ≦ｕ⊃（ｘ⇒ｘ∈ｕ）．従って，ｕ≦ｕよりｘ⇒ｘ∈ｕ．それ故，①より②が成り立つ．以上より，①⊃（②≡③）．即ち，定理が成り立つ．

同様に，ｕがｘの個体概念のとき，ｕが十分であるということは，ｘ∈ｖがｘの部分となるすべてのｖがｕの本質となる，ということである．即ち，

Ｔ４　IC（ｕ，ｘ）⊃｛ICS（ｕ，ｘ）≡∀ｖ｛（ｘ⇒ｘ∈ｖ）⊃ｕ≦ｖ｝｝

証明　IC（ｕ，ｘ）…①とする．また，ICS（ｕ，ｘ）…②とする．さらに，任意のｖに対してｘ⇒ｘ∈ｖとする．このとき，②，Ｄ３より，ｘ∈ｕ⇒ｘ∈ｖ．従って，①，Ｔ２より，ｕ≦ｖとなる．以上より，（①，②の仮定の下に）∀ｖ｛（ｘ⇒ｘ∈ｖ）⊃ｕ≦ｖ｝…③となる．

逆に，（①の仮定の下に）③を仮定する．また，ｖをｘの必要十分な個体概念とすると，ｘ⇔ｘ∈ｖ…④．従って，ｘ⇒ｘ∈ｖだから，③よりｕ≦ｖ．従って，ｘ∈ｕ⇒ｘ∈ｖ．それ故，④よりｘ∈ｕ⇒ｘ．従って，①より②が成り立つ．以上より，定理が成り立つ．

ここでICNS（ｕ，ｘ）∧ICNS（ｖ，ｙ）とする．さらに，ｘ＝ｙとする．このとき，Ｄ４より，ｘ⇔ｘ∈ｕ，ｙ⇔ｙ∈ｖ．従ってｘ＝ｙより，ｘ∈ｕ⇔ｘ∈ｖ．従って，Ｔ２よりｕ≦ｖ及びｖ≦ｕだから，ｕ＝ｖとなる．逆に，ｕ＝ｖならば明らかにｘ＝ｙである．それ故，必要十分な個体概念とその個体とは一対一に対応する．即ち，

Ｔ５　ICNS（ｕ，ｘ）∧ICNS（ｖ，ｙ）⊃（ｘ＝ｙ≡ｕ＝ｖ）

ここでICNS（ｕ，ｘ）∧ICNS（ｖ，ｙ）とする．さらに，ｕ≦ｖとする．このとき，◇ｘ∈ｕであるが，ｕ≦ｖより◇ｘ∈ｖとなる．しかし，このときはｘ＝ｙ．従って，Ｔ５よりｕ＝ｖとなる．それ故，次の定理が成り立つ．

Ｔ６　ICNS（ｕ）∧ICNS（ｖ）⊃（ｕ≦ｖ≡ｕ＝ｖ）

Ｔ２，Ｄ４より，次の定理が成り立つ．

Ｔ７　ICNS（ｕ，ｘ）⊃∀ｖ｛（ｘ⇒ｘ∈ｖ）≡ｕ≦ｖ｝

即ち，ｕがｘの必要十分な個体概念のときは，ｘがｘ∈ｖを部分として含むということと，ｕがｖを本質とするということは等値となる．例えば，事態としての個体ソクラテスが，個体ソクラテスは哲学者であるということを部分として含むとき，そしてそのときのみ，個体概念ソクラテスは哲学者という性質を本質とする，ということになる．このように，必要十分な個体概念に関しては，その個体の部分とその本質を対応させることができる．必要十分な個体概念は，いわゆる個体的本質に相当したものと考えられる．以下では，ｕがｘの必要十分な個体概念のとき，ｕの本質ｖを個体ｘの本質とも言う．

ここで，ICNS（ｕ，ｘ）…①，IC（ｗ，ｘ）…②とする．②，Ｔ３より（ｕにｗを代入して），ICN（ｗ，ｘ）≡∀ｖ｛ｗ≦ｖ⊃（ｘ⇒ｘ∈ｖ）｝．従って，①，Ｔ７より，ICN（ｗ，ｘ）≡∀ｖ｛ｗ≦ｖ⊃ｕ≦ｖ｝．それ故，次の定理が成り立つ．

Ｔ８　｛ICNS（ｕ，ｘ）∧IC（ｗ，ｘ）｝⊃｛ICN（ｗ，ｘ）≡∀ｖ（ｗ≦ｖ⊃ｕ≦ｖ）｝

つまり，ｕがｘの必要十分な個体概念のとき，ｘの個体概念ｗが必要であるということは，ｗの本質がすべてｕの本質でもある，ということである．

同様に，Ｔ４及びＴ７より，

Ｔ９　｛ICNS（ｕ，ｘ）∧IC（ｗ，ｘ）｝⊃｛ICS（ｗ，ｘ）≡∀ｖ（ｕ≦ｖ⊃ｗ≦ｖ）｝

つまり，ｕがｘの必要十分な個体概念のとき，ｘの個体概念ｗが十分であるということは，ｕの本質がすべてｗの本質でもある，ということである．

明らかに，任意の性質ｕに対して，ｕ≦∩｛ｖ：ｕ≦ｖ｝．また，ｕ≦ｕよりｕ∈｛ｖ：ｕ≦ｖ｝．従って，∩｛ｖ：ｕ≦ｖ｝≦ｕ．それ故，ｕ＝∩｛ｖ：ｕ≦ｖ｝となる．従って，ICNS（ｕ，ｘ）となるｕに対しては，Ｄ４，§２のＴ14より，ｘ＝［ｘ∈ｕ］＝［ｘ∈∩｛ｖ：ｕ≦ｖ｝］＝［∀ｖ（ｕ≦ｖ⊃ｘ∈ｖ）］＝∩｛［ｘ∈ｖ］：ｕ≦ｖ｝．従って，

Ｔ10　ICNS（ｕ，ｘ）⊃ｘ＝∩｛［ｘ∈ｖ］：ｕ≦ｖ｝

Ｔ10より，ある個体，例えばカントが，哲学者である，ドイツ人である，．．．を本質としているならば，次のことが言える．

(1)　カント＝［カントは哲学者である∧カントはドイツ人である∧．．．］

(1)あるいは一般にＴ10は，個体の定義ではないが，それを特徴づけるものである．

なお，通常考えられているような，哲学者である等の性質ｖに対しては，任意の世界において個体ｘがｖを有するならば，その世界においてｘは真である，即ち，ｘ∈ｖ⇒ｘとすべきかもしれない．しかし，このように考えた場合，ｖがｘの本質のときはｘ∈ｖ⇔ｘとなり，ｘ∈ｖは単にｘと同じことになってしまう．ただし，これは必ずしも矛盾ではない．実際，ｖがｘの本質であるときは，ｘ∈ｖということは，論理的にはｘに何もつけ加えないのであるから，それがｘと同じであっても不思議はない．しかし，ここでは上のことが言えるかどうかは決定しないでおく．

哲学者である，ドイツ人である等の性質ｖに対して，ｖを本質とするすべての個体の選言は，そのようなすべての個体をいわば抽象化したものと考えられる．このような事態を，ｖのイデアと言い，ID（ｖ）と表す．即ち，

Ｄ５　ID（ｖ）＝df∪｛ｘ：ｘ⇒ｘ∈ｖ｝

このようなイデアも個体である考えることができるかもしれない．その場合，「哲学者」，「ドイツ人」等の普通名詞は，このようなイデアとしての個体を意味していると解釈できる．そして，このようなイデアについて述べる「哲学者は賢い」という文の「賢い」という述語と，普通の意味での個体について述べる「この哲学者は賢い」という文のそれは，いわばレベルの異なったものでなく，まったく同じ性質を意味していると考えることもできる．しかし，ここではイデアが個体であるかどうかも決定しないでおく．

明らかにｖがｕの本質のときは，ｕのイデアはｖのそれを部分として含んでいる．即ち，

Ｔ11　ｕ≦ｖ⊃｛ID（ｕ）⇒ID（ｖ）｝

ここでｕが個体ｘの必要十分な個体概念とする．このときは，定義よりｘ⇒ｘ∈ｕである．また，任意のｙに対して，ｙ⇒ｙ∈ｕとすれば，仮定より◇Ｅ！ｙであるから，◇ｙ∈ｕとなる．しかし，このときは個体概念の定義より，ｘ＝ｙとなる．従って，｛ｙ：ｙ

⇒ｙ∈ｕ｝＝｛ｘ｝である．それ故，ID（ｕ）＝∪｛ｘ｝＝ｘとなる．つまり，ｕのイデアはｘ自身である．

Ｔ12　ICNS（ｕ，ｘ）⊃ID（ｕ）＝ｘ

Ｔ11，Ｔ12 より，次の定理が成り立つ．

Ｔ13　｛ICNS（ｕ，ｘ）∧ｕ≦ｖ｝⊃｛ｘ⇒ID（ｖ）｝

Ｔ13 より，ICNS（ｕ，ｘ）のときは，ｘ⇒∩｛ID（ｖ）：ｕ≦ｖ｝．またこのとき，ｕ≦ｕより ID（ｕ）∈｛ID（ｖ）：ｕ≦ｖ｝．それ故，Ｔ12 より，ｘ∈｛ID（ｖ）：ｕ≦ｖ｝．従って，∩｛ID（ｖ）：ｕ≦ｖ｝⇒ｘ．それ故，次の定理が成り立つ．

Ｔ14　ICNS（ｕ，ｘ）⊃ｘ＝∩｛ID（ｖ）：ｕ≦ｖ｝

つまり，個体はその本質のイデアの連言ということになる．従って，(1)に加えて次のことも言える．

(2)　カント＝［哲学者のイデア（は事実である）∧ドイツ人のイデア∧．．．］

§５　完全個体概念

個体ｘの個体概念ｕであって，（ｘ∈ｕのときは必ず）そのすべての属性を本質とするようなｕを，ｘの完全個体概念(Complete Individual Concept)であると言い，CIC（ｕ，ｘ）と表す．即ち，

Ｄ１　CIC（ｕ，ｘ）≡df　IC（ｕ，ｘ）∧｛ｘ∈ｕ⇒∀ｖ（ｕ⊆ｖ⊃ｕ≦ｖ）｝

CIC（ｕ，ｘ）となるｘが存在するとき，単にｕを完全個体概念と言い，CIC（ｕ）と表す．さらに以下で定義される CICNS（ｕ，ｘ）に関しても同様に規約する．

ライプニッツによれば，個体（あるいは彼の用語で言えばモナド）は，その完全個体概念に従って，その性質をすべて本質として有しているとされる．ライプニッツの完全個体概念とは，矛盾しないすべての性質の論理積であると考えられる．そして，性質ｕ，ｖが矛盾しないということは，論理積ｕ∩ｖの実在が可能であるということ，即ち，◇Ｅ！（ｕ∩ｖ）ということであると考えられる．従って，ある実在が可能な性質ｕが与えられたとき，ｕと他の性質ｖが矛盾しないならば，◇Ｅ！（ｕ∩ｖ）であるが，このときはまた，ｕ∩ｖ≦ｕとなる．同様に，ｕ∩ｖが他の性質ｗと矛盾しないならば，◇Ｅ！（ｕ∩ｖ∩ｗ）であり，また（ｕ∩ｖ∩ｗ）≦（ｕ∩ｖ）となる．このような過程を繰り返せば，．．．≦（ｕ∩ｖ∩ｗ）≦（ｕ∩ｖ）≦ｕという，実在が可能な性質の系列ができる．すると，この系列において≦を一つの順序関係と見なしたとき，いわば最小のものが一つの完全個体概念であると考えることができる．それ故，完全個体概念は，実在が可能な性質のなかで，≦という順序関係に関して極小なもの，つまり，それより小さなものが存在しないものとして考えることができる．このようなライプニッツの完全個体概念は，Ｄ１（の下）で定義したものと一致することが証明される．(3) 即ち，

Ｔ１　CIC（ｕ）≡◇Ｅ！ｕ∧∀ｖ｛（◇Ｅ！ｖ∧ｖ≦ｕ）⊃ｕ≦ｖ｝

任意の個体に対して，それが有する完全個体概念が唯一つ存在することが証明される．即ち，

Ｔ２　∀ｘ∃！ｕ｛CIC（ｕ，ｘ）∧ｘ∈ｕ｝

CIC（u，x）∧ x ∈ u のとき，x ∈ u という事態は，§２のＤ３で定義された原子的事実となることが証明される．即ち，

Ｔ３　{CIC（u，x）∧ x ∈ u} ⊃ATOMF（［x ∈ u］）

Ｔ２，Ｔ３より，原子的事実が唯一つ存在することになる．先にも述べたように，ここでは原子的事実は個体であると仮定している．従って，

Ｔ４　∃！x ATOMF（x）

Ｄ１に対応して，x の必要十分な完全個体概念 u が定義される．即ち，

Ｄ２　CICNS（u，x）≡df CIC（u，x）∧（x ⇔ x ∈ u）

原子的事実が，そしてそれのみが必要十分な完全個体概念を有することが証明される．即ち，

Ｔ５　∃ u {CICNS（u，x）∧ x ∈ u} ≡ATOMF（x）

証明　CICNS（u，x）…①及び x ∈ u…②となる u が存在するとする．このとき，①，Ｄ２より，CIC（u，x）…③及び x ⇔ x ∈ u…④である．②，③，Ｔ３より，ATOMF（［x ∈ u］）…⑤．⑤，④より，ATOMF（x）…⑥となる．

逆に，⑥が成り立つとする．このとき，Ｔ２より，②，③となる u が存在する．このような u に対しては，Ｔ３より，⑤となる．⑤，⑥より，④が成り立つ．④，③，Ｄ２より，①となる．従って，①及び②となる u が存在する．以上より，定理が成り立つ．

§６　スピノザの汎神論的一元論

周知のように，スピノザは汎神論を主張した．(4) 彼によれば，神はそれ以上大なるものが考えられないものであり，従って，すべてを含むものである．それ故，すべてのものは神の一部であり，その様態とされる．先にも述べたように，ここでの理論に従えば，全体部分関係は、必然的含意関係として解釈できる．このような解釈に従えば，すべてのもの，つまり実在する個体や、一般に事実を部分として含む全体は，原子的事実である．それ故，スピノザの神というのは，原子的事実，即ち現実の世界であると考えることができる．このように考えた場合，§５のＴ４より，スピノザの神は唯一つ存在することが証明される．もちろん，これは神の規定を最も一般的に考えた場合である．もし，神の規定に他のもの，例えば全知，全能等を付け加えれば，当然論理的な存在証明は不可能となろう．ちなみに，x が全知であるということは，x が事実を，そして事実のみを信じているということであると考えられる．つまり，x が p を信じるということをＢ（x，p）と表せば，x が全知であるということは，∀ p {Ｂ（x，p）≡ p} と考えられる．同様に，x が全能であるということは，x が p を意図するということを Int（x，p）と表せば，∀ p {Int（x，p）≡ p} と考えることができる．そして，これらのことは偶然的であるから，当然論理的な証明は不可能である．もちろん，このように定義した場合多くの問題が生じるであろうが，ここではこの問題に関してはこれ以上論じないことにする．

スピノザによれば，神はすべての属性を本質としている，実在する対象でもあるともされる．このことは，ここでの理論によれば，神はその必要十分な個体概念がすべての属性を本質としているような実在する個体である，と解釈できる．つまり，スピノザの意味で

ｘが神であるということは，∃ｕ｛CICNS（ｕ，ｘ）∧ｘ∈ｕ｝と解釈できる．そしてこのことは，§５のＴ５より，ｘが原子的事実であるということである．それ故，まさにスピノザの二つの神の規定は一致することになる．

また，スピノザによれば，因果関係は，偶然的なものではなく，必然的なものである．さらに，彼によれば，神はすべての現象の第一原因とされる．恐らく彼の因果関係というのも，事態間の必然的含意関係として解釈できると思われる．つまり，ｐがｑの原因であるというのは，ｐ⇒ｑということとして解釈できる．このとき，神は原子的事実であるから，すべての現象，つまり事実を必然的に含意する．従って，どんな因果系列においても，神はその最初に来るということになる．これはまさに，スピノザが主張したように，神がすべての現象の第一原因であるということである．

必要十分な完全個体概念とそうでないものとの違いは，後者の場合，§５のＴ２より，すべての個体が完全個体概念を有するのに対して，前者の場合，§５のＴ５より，完全個体概念を有するものは，現実の世界のみである，ということである（もちろん定理は必然的であるから，このことは各々の世界について言える）．これらの考えは，それぞれライプニッツの多元論，スピノザの一元論に対応していると考えられる．そして，スピノザに従えば，個体概念がすべての属性を本質とするのは世界全体のみであり，他の個体はその部分に対応する性質のみを本質とするだけである．このように，ライプニッツの多元論とスピノザの一元論は矛盾するものではない．それらの違いは単に「個体概念」の解釈の違いにすぎない．

§７　分析性とアプリオリ性

この節では，分析性とアプリオリ性の問題，特に単称文に関するそれについて論じることにする．ここで言う単称文は，「ソクラテス」，「この虎」等のいわゆる単称名（あるいは個体名）を主語とする，「ソクラテスは哲学者である」というような文である．このような単称名には，いわゆる（確定）記述表現を含めてもよいと思われる．ただし，以下では主としていわゆる固有名を念頭において議論を行うことにする．

周知のように分析性とアプリオリ性，あるいは総合性とアポステリオリ性とが異なったものであるという指摘は，古くはカント，最近ではクリプキ等によってなされている．[(5)] ここでも，これらは異なったものであるという立場をとるが，上記の理論に基づいてこの問題の解明を行いたいと思う．以下では一般に，「ＳはＰである」という単称文に関して，主語「Ｓ」は（それが属する言語において）個体を外延的に意味すると言い，一般にｘで表す．また，ｘの必要十分な個体概念をｕで表し，「Ｓ」によって内包的に意味されると言う．さらに，述語Ｐの意味する性質をｖで表す．このとき，上の単称文は，ｘ∈ｖあるいはｕ⊆ｖを意味していると解釈される．この場合も前者を外延的意味と言い，後者を内包的意味と言う．先にも述べたように，実在するｕに関してはこれらの意味は等値である．以下では，特に言及しないかぎり，「Ｓ」も単称文も内包的意味のみを問題とする．

通常，単称文が分析的であるのは，その主語の意味する個体概念がその述語の意味する性質を含んでいるということであるとされる．このことは，ここでの理論においては，ｕ

$\leqq v$ということである．また，上の単称文を外延的に解釈した場合，それが分析的であるということは，xが$x \in v$を含んでいる，即ち，$x \Rightarrow x \in v$ということとしても考えられる．そして，このこのことは，uが必要十分という仮定から，$u \leqq v$と同じことである．さらに，一般に文が分析的であるということは，その意味が必然的であるということ考えられる．従って，単称文が分析的であるということは，やはり$u \leqq v$ということになる．それ故，上のすべての場合において分析性の定義は一致する．そこで次のように定義する．

Ｄ１　「ＳはＰである」は分析的である$\equiv_{df}$ $u \leqq v$

上に述べたuは，いわば論理的意味あるいは意味論的意味である．一方，人間あるいは一般に言語使用者が個体名「Ｓ」を用いるとき，その言語使用者にとって「Ｓ」は必ずしもuを意味しているとは限らない．実際，「Ｓ」が導入される仕方は，言語使用者ごとに異なっているから，その意味がuと同一とは限らない．一般に言語使用者が個体名「Ｓ」を用いるとき，その言語使用者は「Ｓ」に関してある事態p（$p \neq 0$）を理解あるいは前提していると考えられる．このようなp及びxに対しては，§１のＴ５より（$\Phi(x)$をpとすれば），$x \in w \Leftrightarrow p$となる$w$が存在する．このような$w$は，$p$が真となる世界に，そしてそのような世界のみに$x$を対応させる個体概念である．このように，どのような事態pが前提されていても，それに対応した，その個体がxである個体概念wが存在する．このような個体概念は，「Ｓ」のいわば心理的意味あるいは語用論的意味と考えられる．以下では，このような心理的意味を一般にwで表す．この場合，wは当然必要十分とは限らない．実際，そうであれば，uとwの個体は同一であるから，$u = w$となってしまう．wは個々の言語使用者に相対的であるが，さらに同じ使用者でも個体に関する知識が増える等の理由により，「Ｓ」が用いられる状況によって異なるだろう．従って，wは言語使用者や状況に相対的であるが，以下では明らかな場合，これらに対する言及を省略する．

「Ｓ」の心理的意味をwとした場合，「ＳはＰである」の心理的意味は，$w \subseteq v$ということになる．なお，厳密に言えば，述語「Ｐ」に対しても論理的意味と心理的意味を区別すべきかもしれないが，ここでは簡略のため，上の定義のように前者と後者を同一なものとして扱う．さらに，ここでは心理的意味がどのような方法で形成されたか，ということは問題にしない．それを我々がいわゆる先天的にもっているか，あるいは後天的に獲得したかというようなことは問題としない．それは心理学の対象であって，ここで考察している論理的なそれではないからである．

上にも述べたように，$x \in w$ということは，「Ｓ」が用いられている状況において言語使用者に前提されていることである．前提されていることに必然的に含意される事態を意味する文は，その真を知るのに前提以上の知識が必要でないという意味で，アプリオリであると言ってよいだろう（もちろん，これはアプリオリ性の一つの解釈である．他にも例えば，さらに言語使用者が文の意味が前提に含まれるということを知っている，という条件を付加することもできよう．しかし，ここでは簡略のため，上のように考えることにする）．それ故，「ＳはＰである」は，その意味が前提されている［$x \in w$］に含まれるとき，アプリオリであると言える．つまり，この文は，それを外延的に解釈した場合，$x \in w \Rightarrow x \in v$のとき，アプリオリであると言える．そして，IC（$w$，$x$）であるから，$x \in$

w⇒x∈vはw≦vと等値である．また，w≦vは上の文の心理的な意味が必然的ということでもある．そこで，次のように定義する．

Ｄ２　「ＳはＰである」はアプリオリである≡dfw≦v

ｕとｗの論理的関係に従って，「ＳはＰである」の分析性とアプリオリ性の関係は次のようになる．

(1)　ｕ＝ｗのとき，

この場合は，定義より当然，分析性とアプリオリ性は一致する．

(2)　ｕ≠ｗのとき，

このとき，ｗは必要十分でないから，必要でないか十分でない．そこで，この場合さらに次の二つの場合に分ける．

（ⅰ）ｗが必要でない場合，

このとき，§４のＴ８より，～∀ｖ（ｗ≦ｖ⊃ｕ≦ｖ）であり，従って，ｗ≦ｖであるがｕ≦ｖではないｖが存在する．それ故，このようなｖを意味する述語を「Ｐ」とすれば，「ＳはＰである」はアプリオリであるが，分析的ではないということになる．

この場合，例としては「この虎は虎である」が挙げられる．通常，「この虎」という個体名が用いられる状況では，当然「この虎」が意味するものは虎であるということが，言語使用者には前提されていると考えられる．つまり，ｘ∈ｗ⇒ｘ∈ｖであり，従ってｗ≦ｖと考えられる．それ故，上の文はアプリオリである．

一方，同じ状況で「この虎が虎でなかったら，．．．」と言うことは可能であろう．この場合，現実の世界では虎であるが，他の世界では虎ではなく，例えば猫であるようなｘが存在することになる．つまり，ある世界では，ｘは実在するが，ｘはｖではないということになる．そして，これは◇（Ｅ！ｘ∧～ｘ∈ｖ）ということであるから，～（ｘ⇒ｘ∈ｖ）となる．従って，～（ｕ≦ｖ）である．それ故，「この虎は虎である」は分析的ではない．もちろん，我々は最初からｘが猫であるような可能性を考えて「この虎」という語を用いるわけではないだろう．言われてみて初めてその可能性に気がつくというのが事実であろう．しかし，これは心理的，語用論的事実であって，上に述べたような，ｘが何であるかという，論理的，意味論的事実と混同されるべきではない．

アプリオリであるが，分析的ではないもう一つの例として，「１ｍ原器は１ｍである」がある．このとき，「１ｍ原器」の心理的意味ｗに対して，ちょうどｘが１ｍとなるようなある温度を有するということが，前提されたｘ∈ｗに含まれていれば，ｗは１ｍであるという性質を本質とするから，上の文はアプリオリである．一方，ｘに対して，ｘがそのような温度にあるということが，ｘには含まれないとするならば，ｘが他の温度を有し，従って１ｍではないということは可能である．従って，「１ｍ原器」の論理的意味ｕは，１ｍであるという性質を本質としていない．それ故，上の文は分析的ではないということになる．もちろん，このような例が適切かどうかは，ｕとｗの解釈に依存している．

（ⅱ）ｗが十分でない場合

このときも，§５のＴ９より，～∀ｖ（ｕ≦ｖ⊃ｗ≦ｖ）であり，従って，ｕ≦ｖであるがｗ≦ｖではないｖが存在する．それ故，このようなｖを表す述語を「Ｐ」とすれば，

「ＳはＰである」は分析的であるが，アプリオリではない．

この場合，例として「明けの明星は宵の明星である」が挙げられる．ここでは「宵の明星」の論理的意味をｖ，その個体をｙとする．このとき，ｕはｖを本質とするが，ｗはｖを本質としないとすれば，上の文は分析的であるが，アプリオリでないということになる．実際，上の文は，「明けの明星」の現在の解釈に基づけばアプリオリであるが，過去のある時代における解釈に基づいてはアプリオリとは言えないだろう．つまり，「明けの明星」の現在と過去における心理的意味の違いによって，上の文がアプリオリかそうでないかの違いが生じると言える．なお，上の文が分析的ならば，ｕ≦ｖとなるから，§４のＴ６より，ｕ＝ｖであり，従ってｘ＝ｙでもある．これは，「明けの明星＝宵の明星である」が意味していることと解釈できる．また，過去においても「明けの明星は明けの明星である」は，ｗ⊆ｗを意味するとすれば，当然アプリオリである．そして，「明けの明星は明け方東の空に輝く」も，もちろんｗの解釈によるが，アプリオリでありうる．

分析的であるが，アプリオリでないもう一つの例としては「（この）鯨はほ乳類である」が挙げられる．この場合，過去のある時代においては，一般に鯨はほ乳類であるということは知られていなかったが，もともと鯨はほ乳類であることを本質としているとするならば，上の文は分析的であるが，その過去の時代においてはアプリオリでないということになる．

単称名の解釈において，ｕとｗの関係が上の⑴，⑵のいずれであるかを決定するのは，選択の問題であると思われる．分析性とアプリオリ性を一致させたいならば，⑴を選ぶべきであろうし，一致しなくてもよいということであれば，⑵を選ぶべきであろう．このような選択は，言葉の意味を決定するということであるから，結局，どのような言語を選択するかということに他ならない．

⑴を選んだ場合でも，もちろん言語使用者や状況によってｗは異なるのであるから，ｕとして選ぶことのできるのは，いわば標準的なそれら（そのようなものがあるとすれば）におけるｗということになろう．また，その場合でも，個体やその本質は，我々が通常用いているようなそれらとはかなり異なったものとなろう．いずれにせよ，我々の認識の進歩というのは，単称名の心理的意味ｘ∈ｗが強くなっていくということであるから，アプリオリな単称文が増えていくということであると考えられる．（もちろん「認識」と言う以上は，このような意味は真でなければならない．）従って，⑴を選んだ場合，我々の認識の進歩というのは，分析的な単称文が増加する（ように使用する言語が変化する）ということとして解釈できる．例えば，「明けの明星は宵の明星である」は，過去（の言語）では分析的ではなかったが，認識の進んだ現在（の言語）では分析的であるということになる．認識が進むということは，世界の部分が明らかになっていくということだから，明けの明星と宵の明星のように，個々の個体はいわば連結され，個体の数は減っていくと考えることもできる．この場合，究極的には，唯一の個体は，スピノザの神，即ち，原子的事実となろう．いずれにせよ，すべての事実を知っている，全知である神（の言語）においては，すべての単称文は分析的となる．それ故，神においては，すべての単称文は，分

析的でありかつアプリオリであるということになる．

(2)の場合でも，ｕとして何を考えるかに関しては，種々の選択が可能である．先にも述べたように，個体にも様々な抽象的レベルのものが考えられる．そして，個体をより具体的なものとするに従って，アプリオリな単称文が減り，分析的なそれが増えていくことになる．極端な場合，(1)とは逆に，最初から唯一の単称名，例えば「この世界」や「神」が原子的事実（の必要十分な個体概念）を意味している言語を，我々は使用していると考えることも可能であろう．その場合，すべての真な単称文は分析的となる．もちろん，それらのほとんどは，現在の我々にとってはアプリオリでないということになる．そして，先にも述べたように，我々の認識の進歩というのは，アプリオリな単称文が次第に増大していく過程と考えられる．もちろん，すべての単称文がアプリオリとなるのは，全知である神のみである．従って，この場合もすべての単称文が分析的でありかつアプリオリであるのは，神においてということになる．

なお，上ではｗの個体をｘとし，ｗは必ずしも必要十分でないとしたが，逆にｗは必要十分であるが，その個体がｘではないものとして扱うことも可能である．ｗの個体をｘとすることは，すべての状況において「Ｓ」の指示対象，即ち，外延を同一なものと考えるということに他ならない．周知のように，クリプキはいわゆる指示の因果説を展開した．つまり，単称名の指示対象の同一性を，単称名の使用の因果連鎖に求めた．しかし，指示対象の同一を言うために，そのような因果連鎖を考える必要はない．指示対象を常に同一とするのは，単に論理的な選択の問題である．つまり，単称名の指示対象が同一であるのは，そのことが言えるような（その単称名の属する言語の）メタ言語を，我々が採用しているということである．上にも述べたように，各々の状況において単称名の心理的意味ｗは必要十分であるとし，従って，その個体がそれぞれの状況において異なったものとして扱うことは可能である．

この論文ではライプニッツやスピノザの解釈を述べたが，上に述べた理論は，ホワイトヘッドやパースの形而上学の解釈にも適用できると思われる．このような解釈を含め，多くの解明すべき問題が残されているが，これらについては次の機会に譲りたい．

注

（１）ＭＺＦに関しては以下を参照されたい．

永井成男，和田和行著，『哲学的論理学』，北樹出版，1997 年，第Ⅱ部，第３章「事態，完全個体概念，可能世界」

この論文は，上記の章の第３節「個体」及び第４節「完全個体概念」の考えを修正，発展させたものである．

（２）全体－部分論は次の文献に与えられている．

和田和行，本間大一，中野美知子，「語学教育における論理的訓練についての基礎研究－全体－部分関係と接触関係の論理的考察と実験研究－」，『早稲田教育評論』，第 10 巻，第１号，早稲田大学教育総合研究室，1996 年，

（３）ライプニッツの完全個体概念の定義に関しては，上記の文献 pp.267-8 参照．また，

以下のＴ１は p.268 のＴ１から容易に証明される．さらに，以下のＴ２，Ｔ３は，それぞれ p.269 のＴ３，p.276 のＴ29 に対応している．

（４）スピノザの説に関しては，次のものを参考にした．

　工藤喜作，斉藤博訳，「エティカ」，『世界の名著３０，スピノザ，ライプニッツ』，中央公論社，1980 年

（５）Saul A. Kripke，Naming and Necessity，Harvard University Press，1972

（早稲田大学非常勤講師）